Complexes et géométrie

Affixe d'un point

Définition
On appelle plan complexe le plan muni d'un repère orthonormé direct $(O;\vec{u},\vec{v})$. A tout nombre complexe z = x + iy (x et y étant des réels), on associe le point M(x ; y).
On dit que M est le point image de z et que z est l'affixe du point M. On note M(z).

Propriété
Soient A et B deux points du plan complexe d'affixes respectives z_A et z_B.
Le milieu du segment [AB] a pour affixe $\frac{z_A+z_B}{2}$.

Affixe d'un vecteur

Définition
A tout nombre complexe z = x + iy avec x et y réels, on associe le vecteur $\vec{w}\binom{x}{y}$ dans le plan complexe. On dit que $\vec{w}$ est le vecteur image de z et que z est l'affixe du vecteur $\vec{w}$.
On note $\vec{w}(z)$.

Propriété
Soient A et B deux points du plan complexe d'affixes z_A et z_B. $\overrightarrow{AB}$ a pour affixe $z_B - z_A$.

Propriété
Soit $z \in \mathbb{C}$. Le point M a pour affixe z si et seulement si le vecteur $\overrightarrow{OM}$ a pour affixe z.

Propriété
Soient deux vecteurs $\vec{w}$ et $\overrightarrow{w'}$ d'affixes respectives z et z' :

$\vec{w}+\overrightarrow{w'}$ a pour affixe z + z'.

Pour tout réel k, $k\vec{w}$ a pour affixe kz.

Propriété
Soient trois points A, B et C d'affixes respectives z_A, z_B et z_C.
Dire que les points A, B et C sont alignés revient à dire que les vecteurs $\overrightarrow{AB}$ et $\overrightarrow{AC}$, par exemple, sont colinéaires, c'est-à-dire $\overrightarrow{AB} = k\overrightarrow{AC}$, k étant un réel non nul.
Comme $\overrightarrow{AB}$ a pour affixe $z_B - z_A$ et $\overrightarrow{AC}$ a pour affixe $z_C - z_A$, on a :

$$\text{A, B et C alignés} \Leftrightarrow z_B - z_A = k(z_C - z_A)$$