

Nombres complexes

EXERCICE 1 6 points

Déterminer la forme algébrique des nombres complexes ci-dessous :

1. $(1 + i)^2$

2. $(2 + i)^3$

3. $\left(\frac{\sqrt{2}}{2} - \frac{\sqrt{2}}{2}i\right)^2$

4. $\left(\frac{1}{2} + \frac{\sqrt{3}}{2}i\right)^2$

5. $\frac{1}{1-i}$

6. $\frac{i}{1+i} - \frac{1}{1-i}$

EXERCICE 2 6 points

On se propose de résoudre dans l'ensemble des nombres complexes l'équation :

$$z^2 - 4z + 13 = 0.$$

1. Calculer le discriminant du trinôme ci-dessus. 1 point

2. Justifier que $\Delta = (6i)^2$. 0,5 point

3. En déduire les solutions complexes z_1 et z_2 de l'équation. 2 points

4. Calculer $z_1 + z_2$ et $z_1 z_2$. Que constate-t-on en regardant l'équation ? 2,5 points

EXERCICE 3 4 points

Résoudre dans l'ensemble des nombres complexes \mathbb{C} le système de deux équations linéaires à deux inconnues en utilisant le connecteur logique d'équivalence \Leftrightarrow , en étiquetant les lignes et en indiquant clairement les combinaisons réalisées :

$$\begin{cases} -2z + z' = 1 - 9i \\ z + 2z' = 7 + 2i \end{cases}$$

EXERCICE 4 4 points

Soit $a = 12 - 5i$ et $b = 3 + 4i$.

1. Calculer $|a|$ et $|b|$. 2 points

2. Calculer $\overline{\left(\frac{a}{b}\right)}$. 2 points