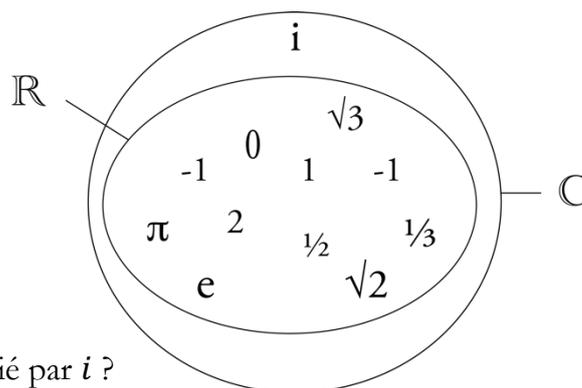


Un nombre dont le carré est -1 ?

Les nombres de l'ensemble des réels muni des opérations $+$ et \times restent dans cet ensemble lorsqu'ils sont additionnés ou multipliés entre eux.

On définit le nombre imaginaire i par $i^2 = -1$.



1. Qu'advient-il lorsqu'un nombre réel est multiplié par i ?
2. Qu'advient-il lorsqu'un nombre réel est ajouté à i ?
3. On appelle nombre complexe tout nombre de la forme $a + ib$ avec a et b réels.
Quelle est la nature du nombre obtenu quand on multiplie ou additionne deux nombres complexes ?

Exercice 1

Résoudre dans l'ensemble des nombres complexes l'équation :

$$x^2 + 1 = 0$$

Exercice 2

1. Calculer $(i\sqrt{3})^2$.
2. Résoudre dans l'ensemble des nombres complexes l'équation :

$$x^2 + x + 1 = 0$$

Exercice 3

1. Calculer $(2\sqrt{3}i)^2$.
2. Résoudre dans l'ensemble des nombres complexes l'équation :

$$x^2 - 6x + 12 = 0$$

Exercice 4

On souhaite résoudre dans l'ensemble des nombres complexes l'équation (E) :

$$x^4 = 1$$

1. Montrer que : $x^4 = 1 \Leftrightarrow (x - 1)(x + 1)(x^2 + 1) = 0$.
2. En déduire dans l'ensemble des nombres complexes les solutions de l'équation (E).

Exercice 5

On souhaite résoudre dans l'ensemble des nombres complexes l'équation (E) :

$$x^3 = 1$$

1. Montrer que : $x^3 = 1 \Leftrightarrow (x - 1)(x^2 + x + 1) = 0$.
2. En déduire dans l'ensemble des nombres complexes les solutions de l'équation (E).