

# Les nombres complexes

## Exercice 6

Résoudre dans l'ensemble  $\mathbb{C}$  les équations :

1.  $z^2 = -9$
2.  $z^2 - 1 = 0$
3.  $(z - 2 + i)(z - 5i) = 0$
4.  $(iz + 1)(z + 3) = 0$
5.  $z^2 + 2iz = 0$

## Exercice 7

Soit le nombre complexe suivant :  $j = -\frac{1}{2} + i\frac{\sqrt{3}}{2}$

1. Calculer  $j^2$ , puis  $1 + j + j^2$
2. Démontrer que :  $x^3 - 1 = (x - 1)(x^2 + x + 1)$
3. Déterminer dans l'ensemble  $\mathbb{C}$  les trois racines de l'équation  $x^3 = 1$ .

## Exercice 8

Soit le nombre complexe suivant :  $a = \frac{\sqrt{2}}{2} + i\frac{\sqrt{2}}{2}$ .

1. Calculer  $a^2$  et  $a^3$ . En déduire  $1 + a + a^2 + a^3$
2. Démontrer que  $x^4 - 1 = (x - 1)(x^3 + x^2 + x + 1)$
3. Déterminer deux solutions triviales de l'équation  $x^4 = 1$ .

## Exercice 9

Résoudre dans l'ensemble  $\mathbb{C}$  les équations :

1.  $-5z + 2i = i - 3$
2.  $iz - 1 + i = 2 - 5i - z$

## Exercice 10

Calculer les sommes suivantes.

1.  $1 + (1 + i) + (1 + 3i) + \dots + (1 + 2015i)$
2.  $1 + i + i^2 + i^3 + \dots + i^{2015}$