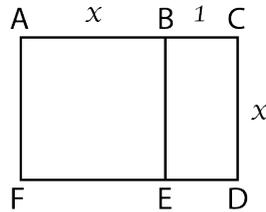


Le nombre d'or

On considère la figure :



Les quadrilatères ACDF et BCDE sont des rectangles qui ont les mêmes proportions.
On suppose : $AB = CD = x$ et $BC = 1$.

- 1) Représenter respectivement sur une feuille de papier le rectangle ACDF et le rectangle BCDE, puis découper ces deux rectangles.
- 2) Démontrer l'égalité : $x^2 - x - 1 = 0$.
- 3) On admet que : $x^2 - x - 1 = (x - x_1)(x - x_2)$
Montrer que : $x_1 + x_2 = 1$
 $x_1 x_2 = -1$
- 4) Développer $(x_1 + x_2)^2$ et montrer que $x_1^2 + x_2^2 = 3$.
- 5) Montrer que $(x_1 - x_2)^2 = 5$
- 6) Démontrer que les nombres x_1 et x_2 sont solutions du système de deux équations linéaires à deux inconnues ci-dessous :

$$(S) \begin{cases} x_1 + x_2 = 1 \\ x_1 - x_2 = \sqrt{5} \end{cases}$$

- 7) Montrer que $AB = \varphi$ où $\varphi = \frac{1+\sqrt{5}}{2}$ est appelé nombre d'or.
- 8) Déterminer par application de la méthode du discriminant les éventuelles solutions de l'équation :

$$x^2 - x - 1 = 0$$

- 9) A l'aide la calculatrice graphique, résoudre l'équation $x^2 - x - 1 = 0$.
- 10) A l'aide de GeoGebra, vérifier la cohérence des résultats obtenus ci-dessus.

L'équation de CARDAN

On considère l'équation : $x(10 - x) = 40$ (appelée équation de CARDAN).

- 1) Démontrer que les éventuelles solutions de l'équation de CARDAN sont les solutions de l'équation :

$$x^2 - 10x + 40 = 0$$

- 2) Déterminer les éventuelles solutions de l'équation de CARDAN à l'aide de la méthode présentée dans l'exercice 1.

- 3) Démontrer que les éventuelles solutions de l'équation de CARDAN sont les solutions de l'équation :

$$(x - 5)^2 + 15 = 0$$

- 4) Par application de la méthode du discriminant, rechercher les solutions de l'équation :

$$x^2 - 10x + 40 = 0$$

- 5) Imaginons qu'il existe un nombre tel que son carré soit égal à -1 et notons ce nombre i .

Ne peut-on pas dorénavant proposer des solutions à l'équation de CARDAN ?