Forme trigonométrique

cours

Un nombre complexe z s'écrit sous forme algébrique $x + iy$ où x est la partie réelle du nombre complexe et y sa partie imaginaire avec $i^2 = -1$.

Le module d'un nombre complexe z se note $|z|$ et est tel que : $|z|^2 = \bar{z}z = x^2 + y^2$.
On a donc : $|z| = \sqrt{x^2 + y^2}$.

Dans le plan complexe, le nombre $z = x + iy$ peut être associé à :
— un point M de coordonnées (x ; y) tel que représenté dans un repère orthonormé $(O; \vec{\imath}, \vec{\jmath})$ du plan. On dit que z est l'affixe du point M(x ; y).
— un vecteur $\vec{u}$ de coordonnées $\binom{x}{y}$ tel que représenté dans une base orthonormée $(\vec{\imath}, \vec{\jmath})$ du plan. On dit que z est l'affixe du vecteur $\vec{u}$.

Un nombre complexe z s'écrit sous forme trigonométrique $r\big(cos(\theta) + isin(\theta)\big)$ où r est le module (réel) du nombre complexe et θ un argument du nombre.
On note : $r = |z|$ et $\theta = arg(z)$.
Un nombre complexe possède une infinité d'arguments.

exercice 1

Représenter dans le plan complexe les points A, B, C, D, E, F et G d'affixes respectives :

$a = 1 + i$ $\quad b = -1 - i$ $\quad c = 4$ $\quad d = -\frac{5}{2}$

$e = 2\,i$ $\quad f = -3\,i$ $\quad g = 3 + 3i$

Par des considérations géométriques, déterminer le module et un argument de chacun de ces nombres complexes.

exercice 2

Dans le plan complexe, placer le point image de z sachant que :

1. $|z| = 1$ et $arg(z) = \frac{3\pi}{4}(2\pi)$
2. $|z| = 2$ et $arg(z) = \frac{5\pi}{6}(2\pi)$
3. $|z| = 1$ et $arg(z) = -\frac{2\pi}{3}(2\pi)$
4. $|z| = 2$ et $arg(z) = \frac{2\pi}{3}(\pi)$

exercice 3

Dans le plan complexe, représenter l'ensemble des points M d'affixe z tels que :

1. $|z| = 2$ 2. $|z| = 3$ 3. $|z| < 3$ 4. $1 < |z| = 2\sqrt{2}$

exercice 4

Dans le plan complexe, représenter l'ensemble des points M d'affixe z tels que :

1. $arg(z) = 0(2\pi)$
2. $arg(z) = \pi(2\pi)$
3. $arg(z) = \frac{\pi}{2}(2\pi)$
4. $arg(z) = \frac{\pi}{2}(\pi)$
5. $arg(z) = \frac{\pi}{4}(2\pi)$
6. $arg(z) = -\frac{\pi}{3}(\pi)$

exercice 5

Écrire z sous forme algébrique sachant que :

1. $|z| = 2\sqrt{2}$ et $arg(z) = \frac{\pi}{6}(2\pi)$
2. $|z| = 2\sqrt{3}$ et $arg(z) = -\frac{2\pi}{3}(2\pi)$
3. $|z| = 2$ et $arg(z) = \frac{3\pi}{4}(2\pi)$
4. $|z| = \sqrt{5}$ et $arg(z) = \frac{\pi}{6}(2\pi)$

exercice 6

Déterminer le module, un argument et la forme trigonométrique des nombres :

1. $1 + i\sqrt{3}$
2. $3 - i\sqrt{3}$
3 $7 - 7i$
4. $-4i$
5. $\frac{1}{2} - i\frac{\sqrt{3}}{6}$
6. $3\sqrt{2} + i\sqrt{6}$

exercice 7

Écrire sous forme algébrique les nombres :

1. $z = 2\left(cos\frac{2\pi}{3} + isin\frac{2\pi}{3}\right)$
2. $z = \sqrt{3}\left(cos\left(-\frac{5\pi}{6}\right) + isin\left(-\frac{5\pi}{6}\right)\right)$