Matrice inverse

Cours - Déterminant d'une matrice

On considère une matrice 2×2 telle que $A = \begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix}$ où a, b, c et d sont des réels.

On appelle déterminant de la matrice carrée A l'expression :

$$det(A) = \begin{vmatrix} a & b \\ c & d \end{vmatrix} = ad - bc$$

<u>Exercice 1</u>

On considère les matrices $A = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ -1 & 3 \end{pmatrix}$ et $B = \begin{pmatrix} 2 & 4 \\ 5 & 1 \end{pmatrix}$.

1. Déterminer $det(A)$ et $det(B)$.

On considère les matrices $C = \begin{pmatrix} 1 & 3 \\ 2 & 6 \end{pmatrix}$ et $D = \begin{pmatrix} 2 & -4 \\ -5 & 10 \end{pmatrix}$.

2. Déterminer $det(C)$ et $det(D)$.

Cours - Matrice inverse

On considère une matrice 2×2 telle que $A = \begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix}$ où a, b, c et d sont des réels.

On appelle matrice inverse de la matrice carrée A l'unique matrice B qui vérifie :

$$AB = BA = I \text{ où } I = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$$

On note A^{-1} la matrice inverse de la matrice A lorsqu'elle existe.

<u>Exercice 2</u>

On considère les matrices $A = \begin{pmatrix} 6 & 4 \\ 5 & 4 \end{pmatrix}$ et $B = \frac{1}{4}\begin{pmatrix} 4 & -4 \\ -5 & 6 \end{pmatrix}$.

1. Déterminer AB et BA.
2. Que peut-on dire de la matrice B ?

Cours - condition d'existence d'une matrice inverse

Soit $A = \begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix}$.

Si $det(A) \neq 0$, alors la matrice A admet une matrice inverse A^{-1} définie par :

$$A^{-1} = \frac{1}{det(A)}\begin{pmatrix} d & -b \\ -c & a \end{pmatrix}$$

Exercice 3

On considère la matrice $A = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ -1 & 1 \end{pmatrix}$.

1. Déterminer $det(A)$.

2. Déterminer A^{-1}.

3. Vérifier que $A^{-1}A = AA^{-1} = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$.