Déterminant - Approfondissement

Cours - Déterminant d'une matrice

On considère une matrice 2×2 telle que $A = \begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix}$ où a, b, c et d sont des réels.

On appelle déterminant de la matrice carrée A l'expression :

$$det(A) = \begin{vmatrix} a & b \\ c & d \end{vmatrix} = ad - bc$$

Exercice 1

On considère les matrices $A = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ -1 & 3 \end{pmatrix}$ et $B = \begin{pmatrix} 2 & 4 \\ 5 & 1 \end{pmatrix}$.

1. Déterminer det(A) et det(B).
2. Déterminer det(3A) et det(-2B).
3. Déterminer AB et BA.
4. Déterminer det(AB) et det(BA).
5. Que peut-on dire de det(AB), det(BA) et det(A) $\times$ det(B) ?

Exercice 2

On considère la matrice carrée $A = \begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix}$.

On appelle déterminant de la matrice A, ce que l'on note det(A), l'expression : ad - bc.

Soit la matrice carrée $B = \begin{pmatrix} a' & b' \\ c' & d' \end{pmatrix}$ et λ un nombre réel.

1. Démontrer que det(λA) = $\lambda^2 \times$ det(A).
2. Démontrer que det(AB) = det(A) $\times$ det(B).
3. En déduire que det(AB) = det(BA).