

EXERCICES SUR LES MATRICES (suite)

Exercice 7

On considère la matrice $A = \begin{pmatrix} 2 & 1 & 0 \\ -1 & 2 & 3 \\ 0 & 5 & 6 \end{pmatrix}$ et $B = \begin{pmatrix} 3 \\ -6 \\ 5 \end{pmatrix}$.

1. Déterminons AB .

$$AB = \begin{pmatrix} 2 & 1 & 0 \\ -1 & 2 & 3 \\ 0 & 5 & 6 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 3 \\ -6 \\ 5 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 6 - 6 + 0 \\ -3 - 12 + 15 \\ 0 - 30 + 30 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} = \mathbf{O} \quad (1)$$

2. Démontrons que A n'est pas inversible.

Raisonnons par l'absurde.

Supposons vraie l'hypothèse : " A est inversible et sa matrice inverse est A^{-1} ."

On aurait donc : $AA^{-1} = I_3$.

D'après la relation (1) : $AB = \mathbf{O} \Rightarrow A^{-1}AB = A^{-1}\mathbf{O} \Rightarrow A^{-1}A\mathbf{B} = \mathbf{O} \Rightarrow I_3B = \mathbf{O} \Rightarrow B = \mathbf{O}$, résultat absurde !

Par conséquent, l'hypothèse posée est fautive. A n'est pas inversible.

On apprécie ici toute l'importance d'une bonne maîtrise de la logique et d'une bonne structuration du discours. La formulation des hypothèses, la formulation du problème, la clarté du raisonnement, sa concision, etc. doivent être prises en compte.