

# Propriétés des matrices

## 1. Multiplication d'une matrice par un réel

Soient  $A$  et  $B$  deux matrices d'ordre  $n$  et  $\lambda$  réel :

$$\begin{aligned}\lambda(A + B) &= \lambda A + \lambda B \\ \lambda(AB) &= (\lambda A)B = A(\lambda B)\end{aligned}$$

### Exercice

Soient  $A = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 1 \end{pmatrix}$  et  $B = \begin{pmatrix} 0 & 4 \\ 1 & -1 \end{pmatrix}$

Déterminer les matrices :  $2(A + B)$ ,  $2A + 2B$ ,  $2(AB)$ ,  $(2A)B$  et  $A(2B)$ .

## 2. Distributivité de la multiplication matricielle.

Soient  $A$ ,  $B$  et  $C$  trois matrices d'ordre  $n$  :

$$\begin{aligned}C(A + B) &= CA + CB \\ (A + B)C &= AC + BC \\ (A + B)^2 &= A^2 + AB + BA + B^2 \\ (A + I)^2 &= A^2 + 2A + I\end{aligned}$$

### Exercice

Soient  $A = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 1 \end{pmatrix}$ ,  $B = \begin{pmatrix} 0 & 4 \\ 1 & -1 \end{pmatrix}$  et  $C = \begin{pmatrix} 2 & 0 \\ 0 & 3 \end{pmatrix}$ .

Déterminer les matrices :

1.  $C(A + B)$
2.  $CA + CB$
3.  $(A + B)C$
4.  $AC + BC$
5.  $(A + C)^2$
6.  $A^2 + 2AC + C$
7.  $(B + I)^2$
8.  $B^2 + 2B + I$