Probabilités Bayésiennes

Question - Négligence du taux de base
Une maladie, qui touche une personne sur mille peut être détectée par un test. Celui-ci a un taux d'erreurs positives de 5%, c'est-à-dire qu'il y a 5% de faux positifs. Un individu est soumis au test. Le résultat est positif. Quelle est la probabilité pour qu'il soit effectivement atteint ?

Quelle est la probabilité que Paul soit atteint de la maladie rare ?

1 ‰ ¨ 1,96 % ¨ 0,95 ‰ ¨ 95 % ¨

Lecture conseillée
"Système 1/Système 2" de Daniel KAHNEMANN, prix Nobel d'économie et "La démocratie des crédules" de Gérald BRONNER

Exemple de sujet
Peut-on, par l'analyse Bayésienne et la construction d'une image mentale, se prémunir contre les errements de l'intuition ?

Le choix du sujet est guidé par un intérêt propre et par l'orientation envisagée. Il peut être demandé lors de l'oral en quoi l'étude menée sur le sujet s'inscrit dans la logique des études poursuivies.

L'idée est de démontrer en sondant un échantillon de population pendant l'année que l'intuition conduit à des errements dans la résolution du problème posé et qu'il est possible de se doter d'un outil intellectuel susceptible d'éviter le plongeon dans l'erreur.

Réaliser pendant l'année un sondage, l'analyser et en faire une présentation dans le carnet du chercheur

Soumettre rapidement le QCM au jury et commenter leurs réponses et celles du sondage, dont les résultats sont présentés.

Résoudre le problème devant le jury avec une simple feuille et par des coloriages

Mettre en évidence la présence d'un certain implicite dans l'énoncé.

Traduire devant le jury l'énoncé à l'aide d'un arbre et du langage des probabilités conditionnelles et faire ressortir la simplicité de la modélisation mais montrer que le problème est non trivial. Indiquer que l'étude générale du problème est indissociable de l'étude d'une fonction homographique, et que c'est par une approche générale qu'il est possible d'éduquer l'intellect à lutter contre le risque de biais de négligence du taux de base.

Expliquer qu'une image mentale forte peut être mise en place chez les étudiants afin d'éviter une conclusion trop hâtive.

Être capable de proposer un problème similaire au jury pour lui montrer que le cadre d'application s'étend aussi au juridique (c.f. problème des taxis bleus et verts).

Recherche autour de l'émergence des probabilités conditionnelles et de Bayes, parmi d'autres mathématiciens à identifier.