

## Le problème de Monty Hall

### Exemple de sujet

| Peut-on s'égarer en jouant sur un plateau de télévision ?

Le jeu à décrire...

Supposons que Monty Hall vous place devant trois portes, derrière lesquelles il y a une voiture et deux chèvres. Si vous réussissez à deviner la porte derrière laquelle se cache la voiture, vous remportez ce prix.

- Il vous demande d'abord de choisir l'une des trois portes (supposons que vous choisissiez la porte numéro 1).
- Puis, Monty Hall ouvre l'une des deux autres portes derrière laquelle il sait qu'il y a une chèvre (disons la porte numéro 2).
- Finalement, il vous demande si vous désirez modifier votre choix.

Devriez-vous conserver votre choix ou changer pour la porte numéro 3 ?

Notre cerveau nous trompe ! C'est ce que dévoile le paradoxe de Monty Hall.

L'intérêt du sujet n'est pas dans la résolution uniquement du problème mais dans la compréhension de son originalité : la résolution du problème implique le recours à ce que l'on appelle des heuristiques, c'est-à-dire des inférences intuitives marquées par des biais cognitifs naturels et généralement bénéfiques, mais pas ici. Le problème de Monty Hall introduit une forte désorientation cognitive et pose un problème intéressant. Si je choisis une porte, j'ai une chance sur trois de gagner et deux chances sur trois de perdre : la probabilité de gagner est deux fois moindre que celle de perdre.

Une fois une porte non gagnante dévoilée, intuitivement, le joueur a dans les faits une chance sur deux de gagner ou de perdre, donc aucun choix n'est normalement favorisé mais, désormais, la probabilité de gagner semble supérieure puisque semble désormais égale à  $1/2$ . Un biais supplémentaire, appelé biais d'aversion à la perte, induit chez le joueur qui anticipe un premier choix qui serait gagnant à ne pas changer de porte ; nombreux sont les joueurs qui ne veulent pas changer de porte, la probabilité étant apparemment  $1/2$  au lieu de  $1/3$ . Comme mentionné, la probabilité de gagner étant de  $1/3$  lors du premier choix et les probabilités de gagner et de perdre au deuxième choix étant de  $1/2$ , les probabilités de gagner et de perdre sont en fait mathématiquement de  $1/6$  dans chaque cas, soit moindres que  $1/3$  et  $2/3$ , probabilité de gagner et de perdre lors du premier choix. Cependant, quelle que soit l'hypothèse initiale, on note que si le choix initial est bon, changer de porte fait perdre sur cette porte mais pas sur les deux autres, donc probabilité de gagner  $2/3$ . Si le choix initial est mauvais (les deux autres portes), changer de porte fait gagner dans les deux cas. On gagne donc dans 2 cas sur 3. Dans chaque option, on renverse les probabilités et optimise ses chances de gagner en CHANGEANT de porte. L'intérêt du sujet est de faire ressortir le caractère contre-intuitif de l'esprit humain sur un problème de mathématiques qui n'en est pas un au sens platonicien du terme et qui relève du raisonnement compris comme inférence intuitive à visée argumentative et justificative. Ce problème a déchaîné les mathématiciens entre eux à une époque.

La richesse du sujet est liée au fait que la mise en évidence du biais peut se faire de manière expérimentale par un jeu simple à mettre en œuvre.

Un arbre de probabilité judicieusement présenté permettait une explication claire du cheminement et une visualisation immédiate du résultat, mais c'est précisément le choix de la modélisation qui est l'objet du problème. La valeur argumentative et justificative de la narration opérée est fondamentale dans le dévoilement des mécanismes de ce jeu télévisé.

Ce sujet s'inscrit pleinement dans l'étude de la compréhension de l'économie comportementale (théorie des perspectives et des choix) et des neurosciences (biais de d'autoconfirmation et marché de dupes). Tout cela est très amusant.

Pour Dan Gardner (c.f. le livre Risk), l'humain est aveugle aux probabilités, c'est-à-dire que nous avons beaucoup de difficulté à évaluer les événements incertains. Les humains utilisent des raccourcis mentaux et des « règles du pouce » pour prendre des décisions plus rapidement, même si cela mène souvent à commettre des erreurs.

Une référence au problème de Monty Hall est présente au paragraphe 101 du roman intitulé "The curious incident of the dog killed in the night-time", texte étudié en spécialité Anglais en première. Par ailleurs, on retrouve une référence cinématographique intéressante dans le film intitulé "Las Vegas 21".