Les définitions incontournables

Définition 1 - Taux de variation

Soit f une fonction définie sur un intervalle I ; a et a + h étant deux nombres réels de l'intervalle I, h ≠ 0.

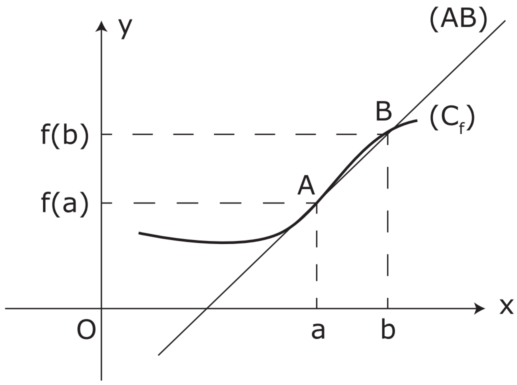
Le taux de variation de f entre a et a + h est le rapport $\frac{f(a+h)-f(a)}{h}$.

D'une manière générale, le taux de variation de f entre a et b, a et b étant deux réels de l'intervalle I, est le rapport :

$$\frac{f(b)-f(a)}{b-a}$$

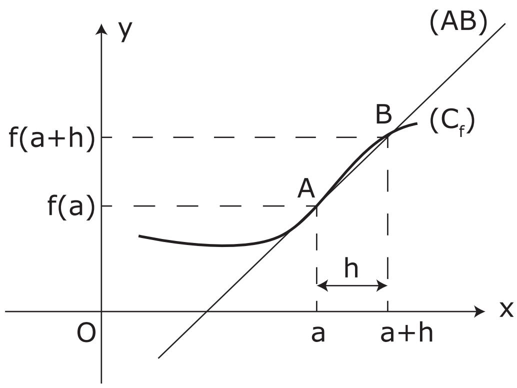
Interprétation géométrique du taux de variation d'une fonction f entre deux nombres a et b d'un intervalle I.

Considérons la courbe (C_f) représentative de la fonction f sur l'intervalle I.



Les points A(a ; f(a)) et B(b ; f(b)) sont deux points de la courbe (C_f). Le taux de variation de la fonction f entre a et b est tout simplement le coefficient directeur de la droite (AB).

En particulier, le taux de variation de la fonction f entre a et a + h est le coefficient directeur de la droite passant par A(a ; f(a)) et un point B de la courbe (C_f), point dont l'abscisse est située à un distance h de l'abscisse a du point A.



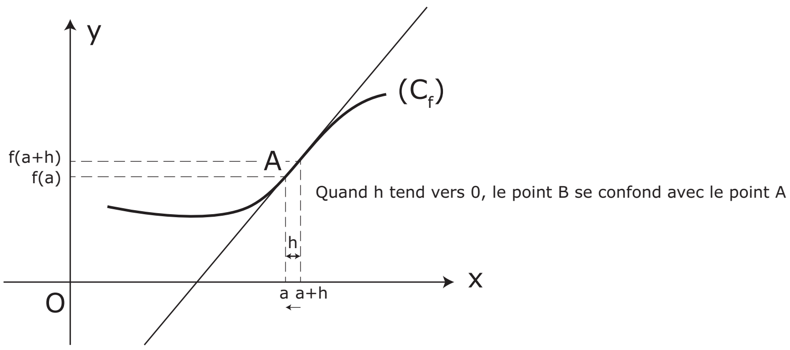
Définition 2 - Nombre dérivé d'une fonction f en a

Soit f une fonction définie sur un intervalle I ; a et a + h étant deux nombres réels de l'intervalle I, h ≠ 0.

f est dérivable en a si et seulement si $\frac{f(a+h)-f(a)}{h}$ tend vers un nombre réel L lorsque h tend vers 0.

On écrit : $\lim\limits_{h \to 0} \frac{f(a+h)-f(a)}{h} = \mathrm{L}$

Ce nombre réel L est appelé nombre dérivé de f en a ; on le note f '(a).



La définition qu'il faut retenir :

> Le nombre $f'(a)$ est égal à $\lim\limits_{h \to 0} \frac{f(a+h)-f(a)}{h}$ lorsque cette limite existe.

Définition 3 - Tangente à la courbe (C_f) au point de la courbe d'abscisse a

Soit f une fonction définie sur un intervalle I et dérivable en un nombre réel a de l'intervalle I. Le plan est rapporté à un repère.

Ce qu'il faut retenir :

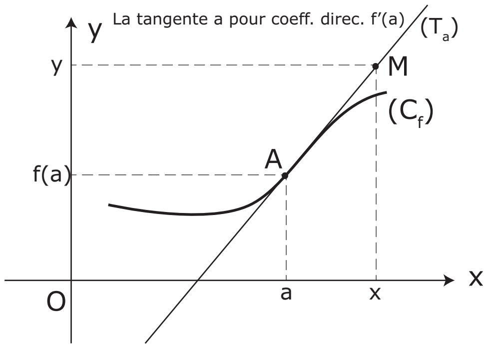
> La tangente à la courbe représentative de la fonction f au point A de la courbe d'abscisse a est l'unique droite qui passe par le point A et dont le coefficient directeur ou pente est f '(a).

Définition 4 - Interprétation géométrique du nombre f '(a)

Ce qu'il faut retenir :

> Le nombre f '(a) est le coefficient directeur ou pente de la tangente à la courbe représentative de la fonction f au point de la courbe d'abscisse a.

Définition 5 - Équation de la tangente à (C_f) au point de la courbe d'abscisse a



On considère la tangente (T_a) à la courbe (C_f) au point A de la courbe d'abscisse a.

Soit M(x ; y) un point quelconque de la tangente (T_a). Le coefficient directeur de la tangente, droite passant par A(a ; f(a)) et M(x ; y) est donné par :

$$\frac{y_M - y_A}{x_M - x_A} = \frac{y - f(a)}{x - a}$$

Or, la tangente (T_a) est la droite passant par A dont le coefficient directeur est f'(a).

Donc : $\frac{y-f(a)}{x-a} = f'(a)$

Il vient alors la relation : $y - f(a) = f'(a)(x - a)$.

D'où : $y = f'(a)(x - a) + f(a)$ → Équation de la tangente (T_a)

Ce qu'il faut retenir :

L'équation de réduite de la tangente à la courbe représentative de la fonction f au point de la courbe d'abscisse a s'obtient à partir de la formule : $y = f'(a)(x - a) + f(a)$.