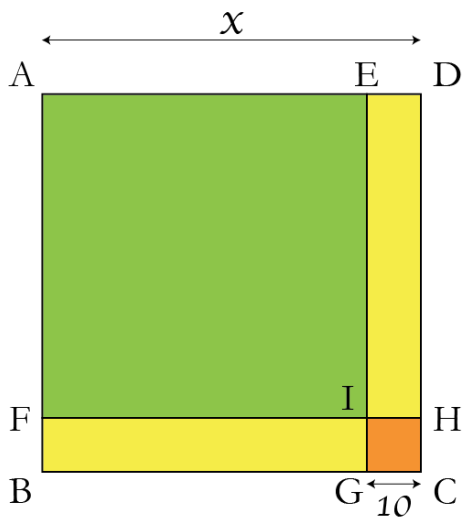
Activité autour du poulailler

Soit f la fonction polynomiale de degré 2 définie par $f(x) = -2x^2 + 40x + 42$.

1. Calculer $f(x)$ pour x = 0 à 21 en détaillant les calculs.
2. On considère la figure ci-dessous.



Calculer l'aire du carré ABCD à l'aide des aires des carrés AFIE et IGCH, puis des rectangles EIHD et FBGI.

3. Démontrer que $x^2 - 20x - 21 = (x - 10)^2 - 121$.
4. En déduire que $f(x) = -2[(x - 10)^2 - 11^2]$.
5. Démontrer que $f(x) \leq 242$ pour tout réel x.
6. En déduire que la fonction f admet un maximum lorsque x = 10.
7. Démontrer que $f(x) = -2(x + 1)(x - 21)$.
8. Résoudre l'équation $f(x) = 0$.