exercices sur le taux de variation

correction

Définition :
Le taux de variation de f entre a et b, a et b étant deux réels de l'intervalle I, est le rapport :

$$\frac{f(b)-f(a)}{b-a}$$

Exercice 1

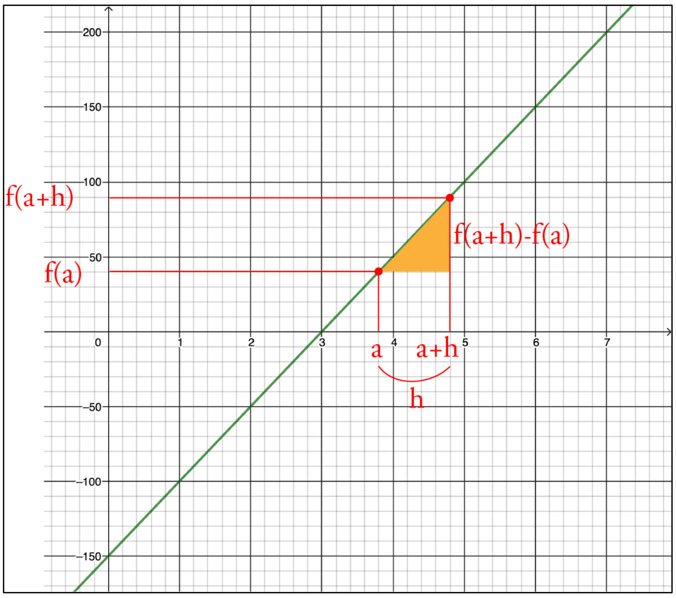
On considère la fonction affine f définie sur l'ensemble des réels par f(x) = 50x - 150.

Déterminons le taux de variation de la fonction f entre a et a + h, h ≠ 0.

Le taux de variation est égal à :

$$\frac{f(a+h)-f(a)}{h}=\frac{50(a+h)-150-(50a-150)}{h}=\frac{50a+50h-150-50a+150}{h}=\frac{50h}{h}=50$$

On constate que le taux de variation de la fonction f entre a et a + h ne dépend ni du nombre a ni du nombre h. Il est égal à la pente de la droite représentative de la fonction affine f. Cette pente est constante. Le taux de variation est constant.



Exercice 2

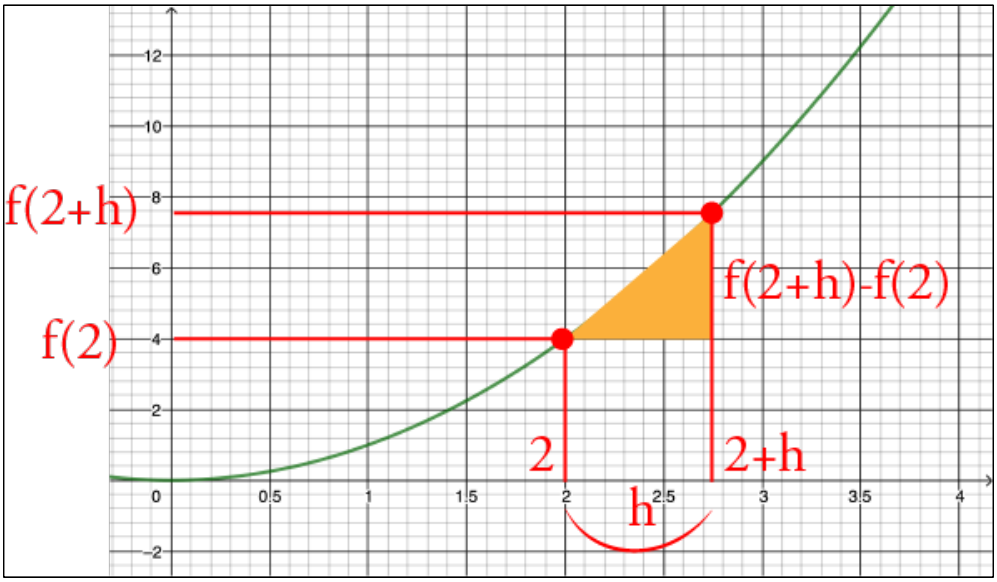
Soit f la fonction définie sur l'ensemble des réels par $f(x) = x^2$.

Déterminons le taux de variation de la fonction f entre 2 et 2 + h, h ≠ 0.

Le taux de variation est égal à :

$$\frac{f(2+h)-f(2)}{h}=\frac{(2+h)^2-(2)^2}{h}=\frac{4+4h+h^2-4}{h}=\frac{4h+h^2}{h}=4+h$$

On constate que le taux de variation de la fonction f entre 2 et 2 + h dépend du nombre h, h étant non nul.



Lorsque l'on fait tendre h vers la valeur 0, sans que h n'atteigne jamais néanmoins cette valeur, on constate que le taux de variation se rapproche de la valeur 4 ("tend vers 4").
Ce nombre limite n'est rien d'autre que la pente de la courbe (C_f) au point d'abscisse 2.

Conclusion
Calculer le taux de variation d'une fonction f entre a + h et h, h étant non nul, est un préambule à la détermination de la pente de la courbe (C_f) au point d'abscisse a, obtenue en faisant tendre h vers 0.