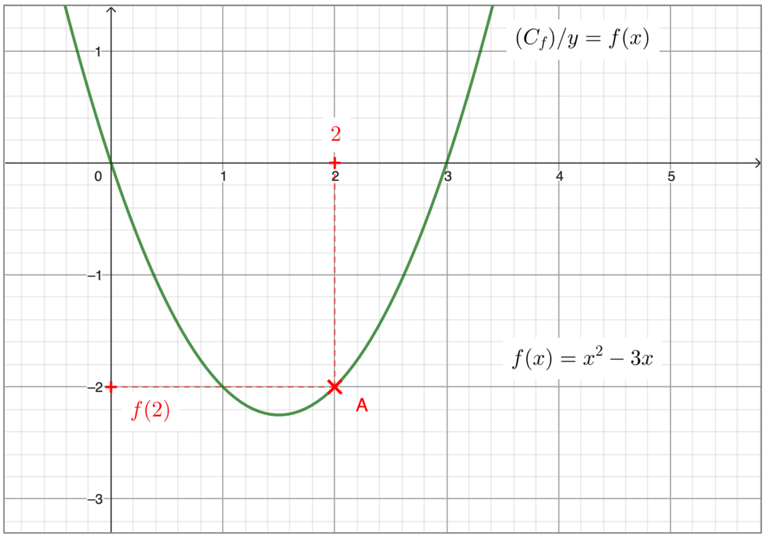
correction de l'exercice 3

Exercice 3

Soit f la fonction définie sur l'ensemble des réels par $f(x) = x^2 - 3x$.

1. Tracé de la parabole représentative de la fonction f d'équation $y = f(x)$ et construction du point A d'abscisse 2 de la parabole.



2. Déterminons le taux de variation de la fonction f entre 2 et 2 + h, h ≠ 0.

   On a : $\tau(h) = \frac{f(2+h)-f(2)}{h}$

   $f(2) = (2)^2 - 3(2) = 4 - 6 = -2.$

   $f(2+h) = (2+h)^2 - 3(2+h) = 2^2 + 2(2)h + h^2 - 6 - 3h = 4 + 4h + h^2 - 6 - 3h.$

   D'où : $f(2+h) = -2 + h + h^2.$

   Donc : $\tau(h) = \frac{f(2+h)-f(2)}{h} = \frac{-2+h+h^2-(-2)}{h} = \frac{-2+h+h^2+2}{h} = \frac{h+h^2}{h} = \frac{h}{h} + \frac{h^2}{h} = 1 + h.$

3. Le taux de variation $\tau(h)$ de la fonction f entre 2 et 2 + h tend vers 1 quand h tend vers 0.

   On écrit : $\lim_{h \to 0} \tau(h) = \lim_{h \to 0}(1 + h) = 1.$

4. Déterminons le taux de variation de la fonction f entre a et a + h, h ≠ 0 et a est un nombre réel.

   On a : $\tau(h) = \frac{f(a+h)-f(a)}{h}$

   $f(a) = (a)^2 - 3(a) = a^2 - 3a.$

   $f(a+h) = (a+h)^2 - 3(a+h) = a^2 + 2ah + h^2 - 3a - 3h.$

Donc : $\tau(h) = \frac{f(a+h)-f(a)}{h} = \frac{a^2+2ah+h^2-3a-3h-(a^2-3a)}{h} = \frac{2ah+h^2-3h}{h} = 2a + h - 3$.

5. Le taux de variation $\tau(h)$ de la fonction f entre a et a + h tend vers $2a - 3$ lorsque h tend vers 0.

   On écrit : $\lim_{h \to 0} \tau(h) = \lim_{h \to 0}(2a + h - 3) = 2a - 3$.

6. On note $f'(a)$ la valeur vers laquelle tend le taux de variation de la fonction f entre a et a + h lorsque h tend vers 0.

   On a donc ici : $f'(a) = 2a - 3$.

   Ce nombre est la pente de la courbe représentative de la fonction f au point de la courbe d'abscisse a.

7. Déterminons la pente de la courbe représentative de la fonction f au point d'abscisse 1.

   La pente est égale à : $f'(1) = 2(1) - 3 = 2 - 3 = -1$.

8. Déterminons la pente de la courbe représentative de la fonction f au point d'abscisse -1.

   La pente est égale à : $f'(-1) = 2(-1) - 3 = -2 - 3 = -5$.