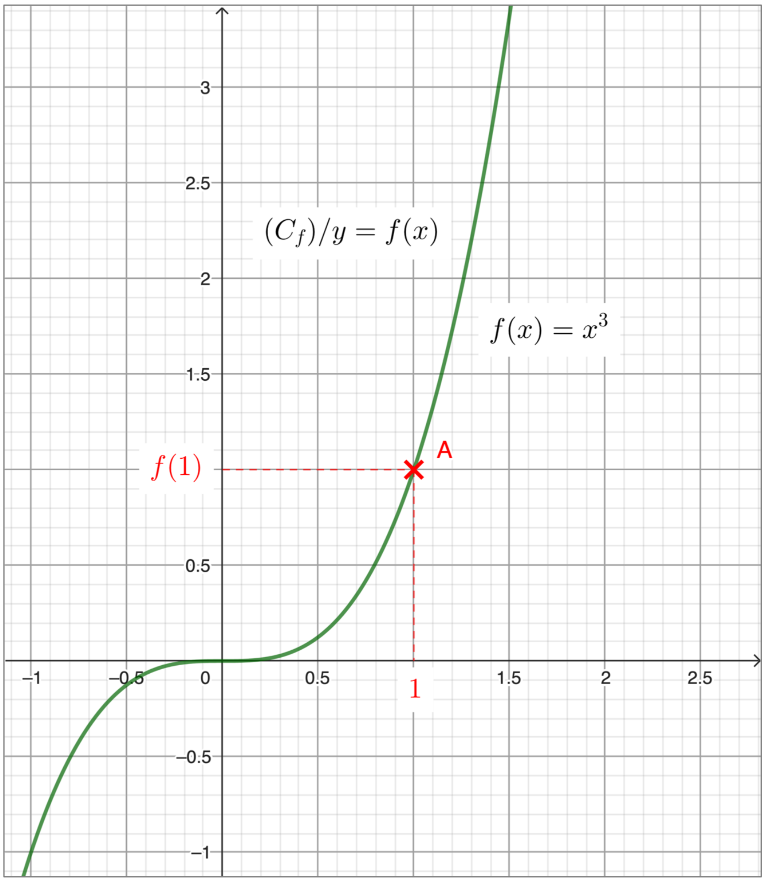
# correction de l'exercice 4

**Exercice 4**

Soit f la fonction définie sur l'ensemble des réels par $f(x) = x^3$.

1. Tracé de la courbe représentative de la fonction f et construction du point A d'abscisse 1.




2. Déterminons le taux de variation de la fonction f entre 1 et 1 + h, h ≠ 0.

   On a : $\tau(h) = \frac{f(1+h)-f(1)}{h}$ avec :

   $f(1) = (1)^3 = 1.$

   $f(1+h) = (1+h)^3 = 1^3 + 3(1)^2h + 3(1)h^2 + h^3 = 1 + 3h + 3h^2 + h^3.$

   Donc :

   $\tau(h) = \frac{f(1+h)-f(1)}{h} = \frac{1+3h+3h^2+h^3-(1)}{h} = \frac{3h+3h^2+h^3}{h} = \frac{3h}{h} + \frac{3h^2}{h} + \frac{h^3}{h} = 3 + 3h + h^2.$

3. Le taux de variation de la fonction f entre 1 et 1 + h tend vers 3 quand h tend vers 0.

   On écrit : $\lim_{h\to 0} \tau(h) = \lim_{h\to 0}(3 + 3h + h^2) = 3.$

4. Déterminons le taux de variation de la fonction f entre a et a + h, h ≠ 0 et a réel.

   On a : $\tau(h) = \frac{f(a+h)-f(a)}{h}$ avec :

   $f(a) = a^3.$

$f(a+h) = (a+h)^3 = a^3 + 3(a)^2h + 3(a)h^2 + h^3 = a^3 + 3a^2h + 3ah^2 + h^3.$

Donc :

$\tau(h) = \frac{f(a+h)-f(a)}{h} = \frac{a^3+3a^2h+3ah^2+h^3-(a^3)}{h} = \frac{3a^2h+3ah^2+h^3}{h} = \frac{3a^2h}{h} + \frac{3ah^2}{h} + \frac{h^3}{h}.$

D'où : $\tau(h) = 3a^2 + 3ah + h^2.$

5. Le taux de variation de la fonction f entre a et a + h tend vers $3a^2$ quand h tend vers 0.

   On écrit : $\lim\limits_{h \to 0} \tau(h) = \lim\limits_{h \to 0}(3a^2 + 3ah + h^2) = 3a^2.$

6. On a : $f'(a) = 3a^2.$

7. La pente de la courbe représentative de la fonction f au point d'abscisse 2 est :

   $f'(2) = 3(2)^2 = 12.$

8. La pente de la courbe représentative de la fonction f au point d'abscisse -1 est :

   $f'(-1) = 3(-1)^2 = 3.$