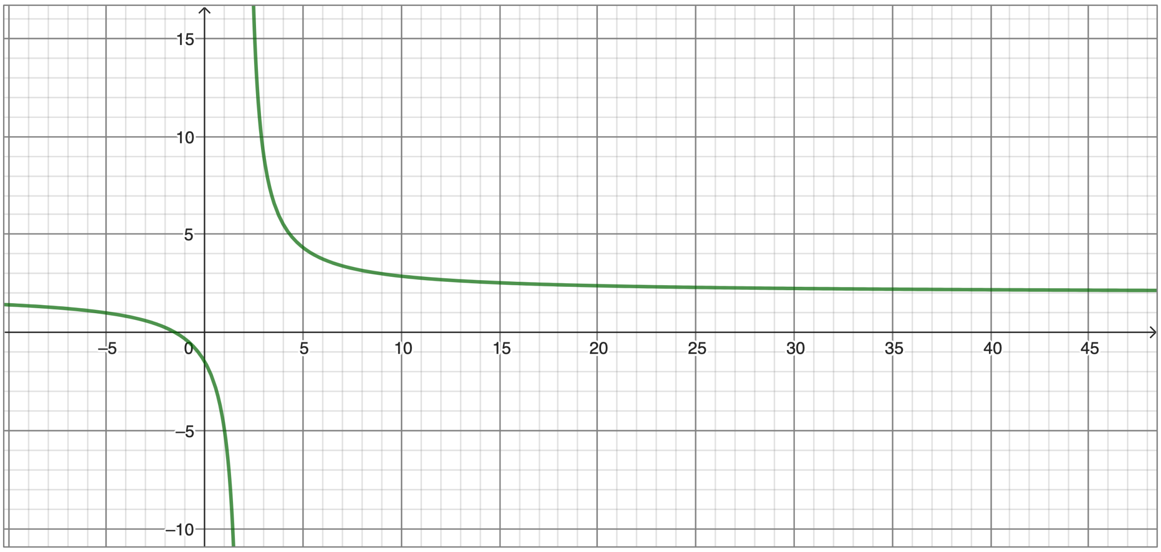
exercice d'approfondissement

Soit f la fonction définie sur $\mathbb{R} \setminus \{2\}$ par $f(x) = \frac{2x+3}{x-2}$.

Représentation graphique



1. Calculer $f\left(-\frac{3}{2}\right)$, $f(0)$, $f(1)$, $f(2)$ et $f(6)$,
2. Par lecture graphique, donner le tableau de variation de la fonction f sur $\mathbb{R}$.
3. Déterminer le tableau de signe de la fonction f sur $\mathbb{R}$.
4. On note $\lim_{x \to +\infty} f(x)$ la valeur vers laquelle tend la fonction f lorsque x tend vers l'infini.

   Déterminer par lecture graphique $\lim_{x \to +\infty} f(x)$.
5. On note $\lim_{x \to 2^+} f(x)$ la valeur vers laquelle tend la fonction f lorsque x tend vers 2 avec x> 2.

   Déterminer par lecture graphique $\lim_{x \to 2^+} f(x)$.
6. Déterminer le taux d'accroissement $\tau(h)$ de la fonction f entre 6 et 6 + h (h ≠ 0).

$$\tau(h) = \frac{f(6+h) - f(6)}{h}$$

7. Quelle idée sous-tend le calcul du taux de variation ci-dessus ? Pourquoi calcule-t-on $\tau(h)$?
8. Déterminer la valeur vers laquelle tend $\tau(h)$ lorsque h tend vers 0. Que vaut $\lim_{h \to 0} \frac{f(6+h)-f(6)}{h}$?
9. On appelle $f'(6)$ la limite, si elle existe, de $\frac{f(6+h)-f(6)}{h}$ lorsque h tend vers 0. Préciser $f'(6)$.