

# développement d'un binôme

On considère l'expression littérale  $(a + b)$ , expression appelée aussi binôme.

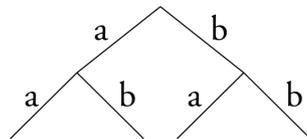
1. Déterminer  $(a + b)^0$ .
2. Déterminer  $(a + b)^1$ .
3. Développer et simplifier  $(a + b)^2$ .

Indiquer les valeurs des coefficients des monômes apparaissant dans l'expression obtenue (autrement dit, combien de fois observe-t-on les produits  $a^2$  ?  $ab$  ?  $b^2$  ?)

Pour développer  $(a + b)^2$ , il est possible de procéder pas à pas comme ci-dessous :

$$(a + b)^2 = (a + b)(a + b) = a(a + b) + b(a + b) = \dots$$

A l'aide de l'arbre représenté, identifier un moyen simple de déterminer les coefficients précédents.

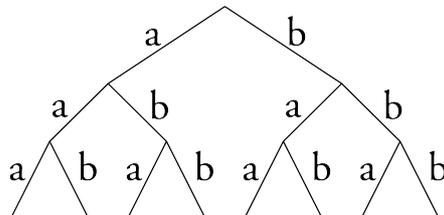


4. Développer et simplifier  $(a + b)^3$ . Indiquer les valeurs des coefficients de chacun des monômes apparaissant dans l'expression obtenue.

Pour développer  $(a + b)^3$ , il est possible de procéder pas à pas comme ci-dessous :

$$(a + b)^3 = (a + b)(a + b)(a + b) = aa(a + b) + ab(a + b) + ba(a + b) + bb(a + b)$$

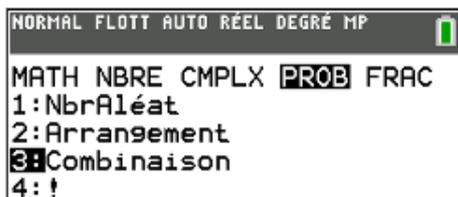
A l'aide de l'arbre ci-dessous, déterminer les coefficients précédents.



5. Développer sans aucun calcul l'expression  $(a + b)^4$  en utilisant un arbre.
6. Déterminer l'expression développée de  $(a + b)^5$  en construisant l'arbre qui convient.

## coefficients binomiaux

Les coefficients obtenus dans chacune des expressions sont appelés coefficients binomiaux. Le  $(k+1)$ -ième coefficient ( $k$  allant de 0 à  $n$ ) de l'expression développée du binôme  $(a + b)^n$  est noté  $\binom{n}{k}$  et peut être directement obtenu à l'aide de la calculatrice en tapant sur la touche «  $\binom{\phantom{n}}{\phantom{k}}$  » qui ouvre le menu ci-dessous.



En sélectionnant PROB, puis 3:Combinaison, on obtient la possibilité de calculer un coefficient binomial quelconque.

### Exemple 1

L'expression  $(a + b)^2$  s'écrit sous la forme  $1 \times a^2 + 2 \times ab + 1 \times b^2$ .

En tapant sur la calculatrice les séquences ci-dessous :

${}^2C_0$	1
${}^2C_1$	2
${}^2C_2$	1

On observe que le premier coefficient  $\binom{2}{0}$  est 1.

On observe que le deuxième coefficient  $\binom{2}{1}$  est 2.

On observe que le troisième coefficient  $\binom{2}{2}$  est 1.

### Exemple 2

L'expression  $(a + b)^5$  s'écrit sous la forme  $\dots a^5 + \dots a^4b + \dots a^3b^2 + \dots a^2b^3 + \dots ab^4 + \dots b^5$ .

Le coefficient  $\binom{5}{3}$  est le quatrième coefficient de  $(a + b)^5$ , parmi les 6 coefficients existants.

En tapant sur la calculatrice la séquence ci-dessous :

${}^5C_3$	10
-----------	----

On observe que le quatrième coefficient, parmi les 6 possibles, est 10.

### **Application**

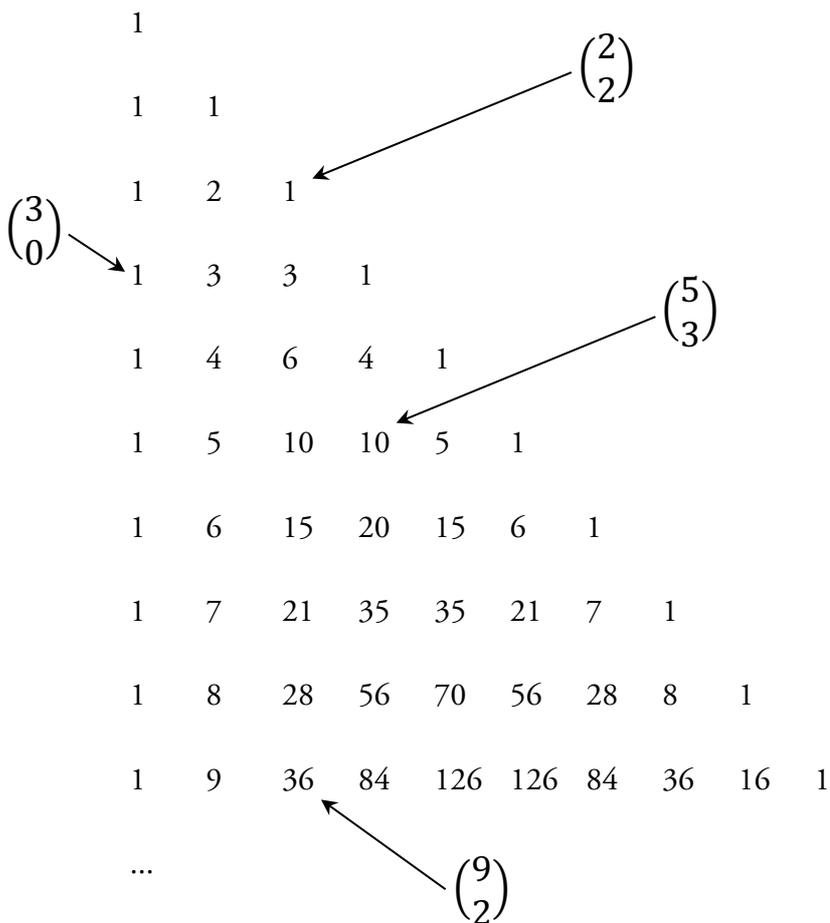
Déterminer tous les coefficients de l'expression développée de  $(a + b)^5$ , c.-à-d. tous les coefficients manquants de  $\dots a^5 + \dots a^4b + \dots a^3b^2 + \dots a^2b^3 + \dots ab^4 + \dots b^5$ .

### Exemple 3

1. Déterminer tous les coefficients de l'expression développée de  $(a + b)^4$  et écrire l'expression développée.
2. Déterminer tous les coefficients de l'expression développée de  $(a + b)^6$  et écrire l'expression développée.
3. Déterminer tous les coefficients de l'expression développée de  $(a + b)^8$  et écrire l'expression développée.
4. Que remarque-t-on pour les coefficients  $\binom{n}{0}$  et  $\binom{n}{n}$  ?
5. Que remarque-t-on pour les coefficients  $\binom{n}{k}$  et  $\binom{n}{n-k}$  ?

## TRIANGLE DE PASCAL

La détermination des coefficients binomiaux  $\binom{n}{k}$  peut se faire directement à partir du triangle de Pascal.



Que remarque-t-on pour les coefficients  $\binom{n}{0}$  et  $\binom{n}{n}$  ?

Que remarque-t-on pour les coefficients  $\binom{n}{k}$  et  $\binom{n}{n-k}$  ?

1. Développer  $(1 + h)^2$ .          2. Développer  $(3 + h)^2$ .

3. Développer  $(1 + h)^3$ .          4. Développer  $(2 + h)^4$ .

5. Développer  $(a + h)^3$ .          6. Développer  $(a + h)^4$ .