exponentielle

caractéristiques

La fonction exponentielle est une fonction définie, continue, positive et dérivable sur l'ensemble des réels.

On note : exp : x → exp(x) ou exp : x → e^x

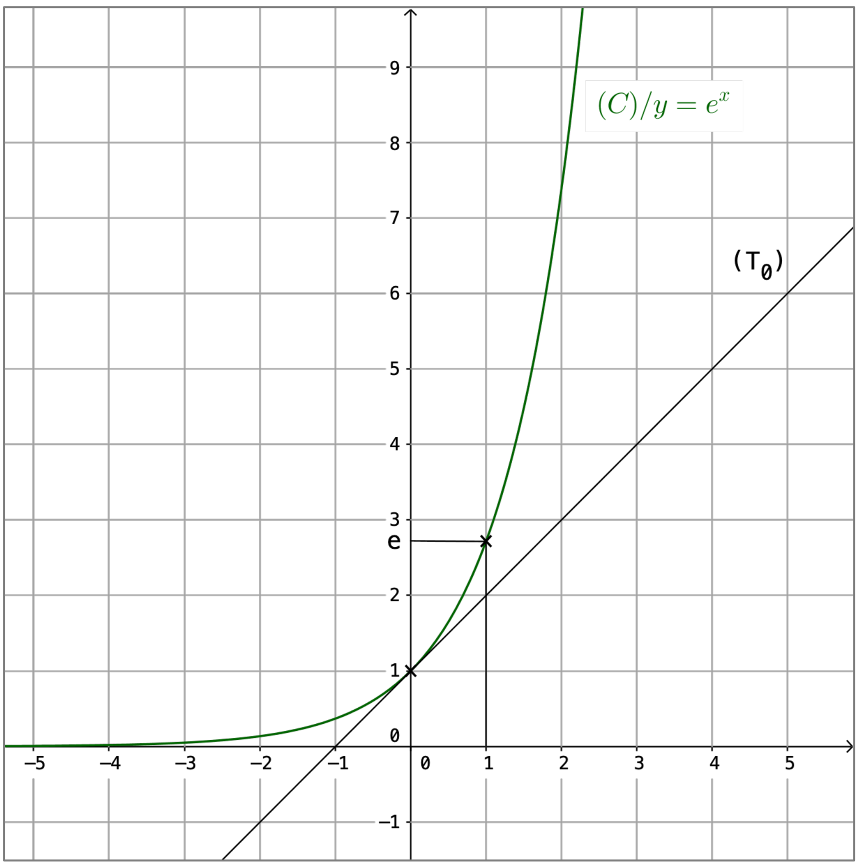
La dérivée de la fonction exponentielle est la fonction exponentielle.

On a : $(e^x)' = e^x$ pour tout nombre réel x.

La fonction exponentielle est strictement positive sur ℝ : $e^x > 0$ pour tout x.

De plus : $e^x \geq 1$ pour tout $x \geq 0$.

représentation graphique



relation fonctionnelle

On a la relation : $e^x \times e^y = e^{(x + y)}$ pour tous réels x et y.

De plus : $e^{-x} = \frac{1}{e^x}$; $\frac{e^x}{e^y} = e^{x-y}$; $(e^x)^m = e^{mx}$, m étant un entier relatif

Enfin, on a : $e^1 = e$ avec $e \approx 2,718$

$e^0 = 1$ $e^{-1} = \frac{1}{e}$ $e^{-2} = \frac{1}{e^2}$

variations

La fonction exponentielle est strictement croissante sur l'ensemble des réels.

Corollaire

Si $a \leq b$, alors $e^a \leq e^b$.

Application

$x \leq 0 \Rightarrow e^x \leq e^0 \Rightarrow e^x \leq 1$

$x > 0 \Rightarrow e^x > e^0 \Rightarrow e^x > 1$

convexité

La fonction exponentielle est convexe sur l'ensemble des réels (La courbure de sa courbe représentative est tournée vers le haut. Les tangentes à la courbe sont toutes situées sous la courbe.

Définition

Une fonction f est dite **convexe** sur un intervalle si et seulement sa dérivée seconde est positive sur cet intervalle. Dans ce cas, la courbure de la courbe représentative de la fonction f est dirigée vers le haut. Les tangentes à la courbe sont situées sous la courbe sur l'intervalle considéré.

Une fonction f est dite **concave** sur un intervalle si et seulement sa dérivée seconde est négative sur cet intervalle. Dans ce cas, la courbure de la courbe représentative de la fonction f est dirigée vers le bas. Les tangentes à la courbe sont situées au-dessus de la courbe sur l'intervalle considéré.