Dérivation de la fonction exponentielle

La fonction dérivée de la fonction exponentielle est la fonction exponentielle :

Pour tout réel x, on a le résultat simple : $\left(e^x\right)' = e^x$

26 Les fonctions suivantes sont dérivables sur $\mathbb{R}$. Calculer la dérivée de chacune d'elles.

a. $f(x) = x - 2e^x$ **b.** $g(x) = (x+1)e^x$

c. $h(x) = x^2(1 + e^x)$ **d.** $k(x) = e^x - x - 1$

27 Calculer la dérivée de chaque fonction suivante sur l'intervalle I donné.

a. $f(x) = \dfrac{e^x}{x}$ sur $\mathrm{I} =]0\,;+\infty[$.

b. $g(x) = \left(1 + \dfrac{1}{x}\right)e^x$ sur $\mathrm{I} =]0\,;+\infty[$.

29 Soit la fonction f définie sur $\mathbb{R}$ par $f(x) = xe^x$.
On note $\mathscr{C}$ sa courbe représentative.

1. Calculer $f'(x)$ puis $f''(x)$.

2. Dresser le tableau de variations de la dérivée f'. On admet que f' tend vers 0 quand x tend vers $-\infty$.

3. a. En déduire que la courbe $\mathscr{C}$ admet un point d'inflexion en -2.

b. Préciser la convexité de la courbe $\mathscr{C}$.

30 Étudier les variations sur $\mathbb{R}$ de chaque fonction suivante en utilisant la dérivée :

a. $f(x) = 2e^x - 2x + 1$ **b.** $g(x) = e^x - ex$

c. $h(x) = xe^x - e^x$ **d.** $k(x) = \dfrac{1-x}{e^x}$

31 Soit la fonction f définie sur $\mathbb{R}$ par $f(x) = 1 - 0{,}5x - 0{,}1e^x$.

1. Étudier le sens de variation de f.

2. Quel est le nombre de solutions de l'équation $f(x) = 0$?

32 Soit la fonction f définie sur $\mathbb{R}$ par $f(x) = 2x + 3 - 2e^x$.

1. Calculer la dérivée f' de f.

2. Résoudre l'inéquation $2 - 2e^x \geqslant 0$.

3. En déduire les variations de f sur $\mathbb{R}$.

34 Soit la fonction f définie sur $\mathbb{R}$ par $f(x) = e^x(e^x - 2)$.

1. a. Calculer la dérivée f' de f et montrer que pour tout réel x, $f'(x) = 2e^x(e^x - 1)$.

b. Étudier le signe de $f'(x)$.

c. Dresser le tableau de variations de f.

2. a. Justifier que l'équation $f(x) = 0$ admet une seule solution α sur l'intervalle $[0\,;1]$.

b. Donner une valeur approchée de α à 0,01 près.

3. En déduire le signe de $f(x)$ suivant les valeurs du réel x.