Dérivation et fonctions composées $x \mapsto e^{u(x)}$

Une formule de dérivation <u>à connaître</u> : $\left(e^{u(x)}\right)' = u'(x)e^{u(x)}$

43 Les fonctions suivantes sont dérivables sur $\mathbb{R}$. Calculer la dérivée de chacune d'elles.

a. $f(x) = -2e^{1-x}$ **b.** $g(x) = (x-1)e^{2x}$

c. $h(x) = 3x^2 + 2e^{-x}$ **d.** $k(x) = 3e^{2x} - 2e^{x} + 1$

44 Calculer la dérivée de chaque fonction suivante sur l'intervalle I donné.

a. $f(x) = \dfrac{e^{1+x}}{x}$ sur $I =]0\,;+\infty[$.

b. $g(x) = (2x+1)e^{-x}$ sur $I = \mathbb{R}$.

c. $h(x) = \dfrac{1+e^{2x}}{1+x}$ sur $I =]-1\,;+\infty[$.

d. $k(x) = \dfrac{e^{x}}{1-e^{-x}}$ sur $I =]0\,;+\infty[$.

45 **1.** Déterminer une équation de la tangente au point d'abscisse 0,5 de la courbe d'équation $y = e^{1-2x}$.

2. À l'aide de la convexité, démontrer que pour tout réel x, $e^{1-2x} \geqslant -2x + 2$.

46 Soit la fonction f définie sur $\mathbb{R}$ par :

$$f(x) = e^{2x} - 1 - 2x - 2x^2$$

1. Utiliser la calculatrice pour conjecturer un point d'inflexion pour f.

2. **a.** Calculer les dérivées f' et f'' de f.

b. Étudier le signe de $f''(x)$ puis établir les variations de f' sur $\mathbb{R}$.

c. En déduire que f admet un point d'inflexion.

47 On considère la fonction f définie sur $\mathbb{R}$ par $f(x) = 2e^{x} - e^{2x}$.

1. Calculer la dérivée f' de f.

2. Montrer que pour tout réel x, $f'(x) = 2e^{x}(1 - e^{x})$.

3. Résoudre l'inéquation $1 - e^{x} > 0$.

4. En déduire les variations de f sur $\mathbb{R}$.

5. Justifier que pour tout réel x, $f(x) \leqslant 1$.