TICE : Méthode d'Euler

Nous nous proposons de construire la courbe (C_f) représentative de la fonction définie, continue et dérivable sur ℝ qui vérifie les deux conditions : f ' = f et f(0) = 1. La méthode proposée est appelée méthode d'Euler.

Principe de construction

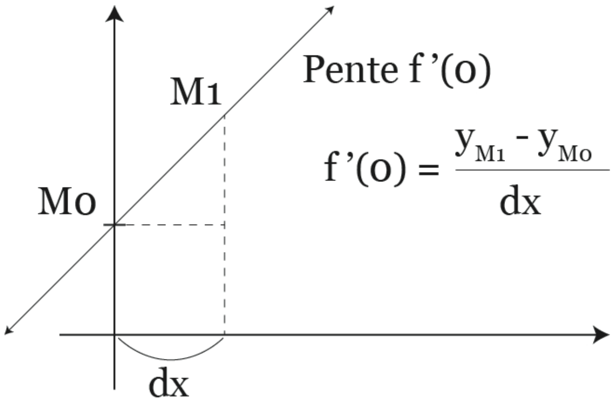
On considère le tableau de valeurs ci-dessous :

	A	B	C	D	E
1	x	f '(x)	f(x)	Point	Incrément dx
2	0	1	1	M0	0,1
3	0,1			M1	

Dans le tableau, le point M0 est le point défini par l'égalité f(0) = 1. La pente de la tangente à la courbe (C_f) représentative de la fonction f au point M0 d'abscisse 0 et d'ordonnée 1 est f '(0) = f(0) = 1. Cette dernière information est celle qui va nous permettre d'extrapoler l'ordonnée du point suivant M1 de la courbe.
La cellule A2 contient l'abscisse de M0 (valeur fixée à 0).
La cellule C2 contient l'ordonnée de M0 (valeur fixée à f(0) = 1).
La cellule B2 contient la pente de la courbe en M0 (f '(0) = f(0) = 1), donc : **B2 = C2**.

Pour construire le point M1 d'abscisse 0 + dx, on insère dans la cellule A3 l'instruction : = **A2 + E2**
Le problème est maintenant de déterminer l'ordonnée du point M1.

Ce que l'on sait :



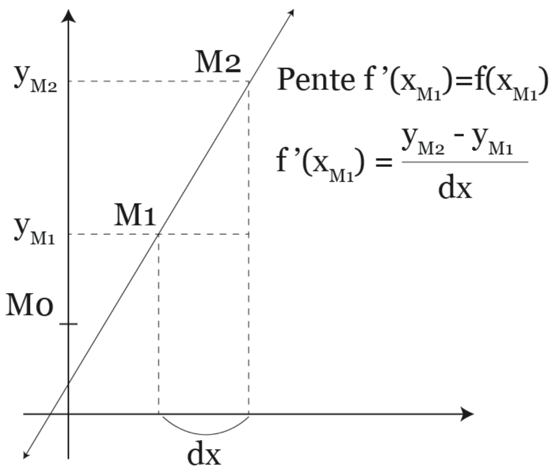
D'après le schéma, par approximation à l'aide de la tangente, on peut estimer que l'ordonnée y_{M1} du point M1 est proche de la valeur : y_{M0} + f '(0)dx.

On tape donc dans la cellule C3 de la feuille de calcul : = **C2 + B2 * E2**
Comme f ' = f, on tape dans la cellule B3 : = **C3**

A l'aide de la poignée de recopie, on propage les instructions entrées et l'on obtient ainsi une estimation de la courbe (C_f) représentative de la fonction définie, continue et dérivable sur ℝ qui vérifie les deux conditions : f ' = f et f(0) = 1.

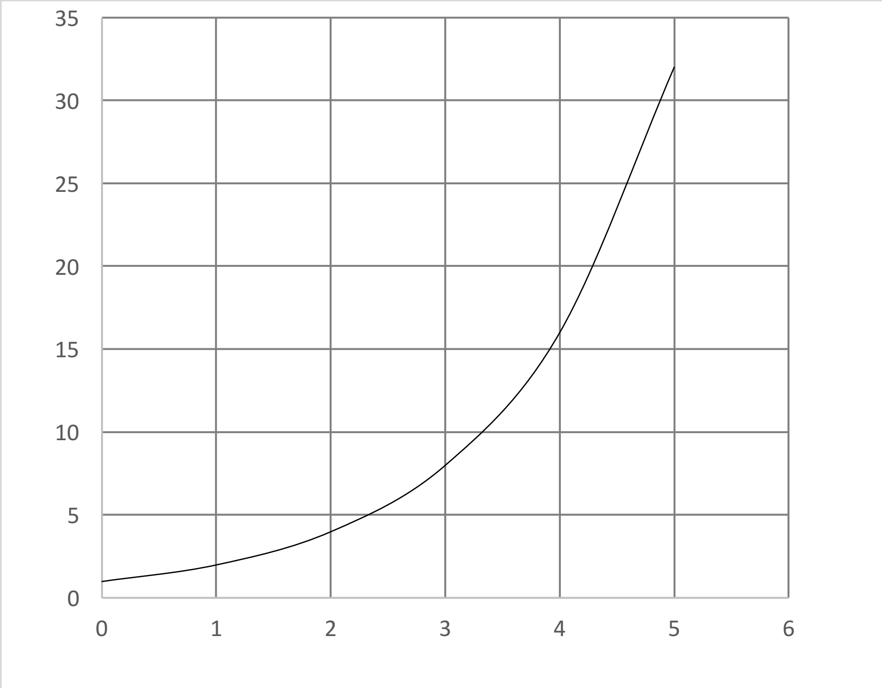
Les instructions ci-dessous illustrent la Construction du point M2 ci-contre :

Cellule A4 : = **A3 + E2**
Cellule C4 : = **C3 + B3 * E2**
Cellule B4 : = **C4**

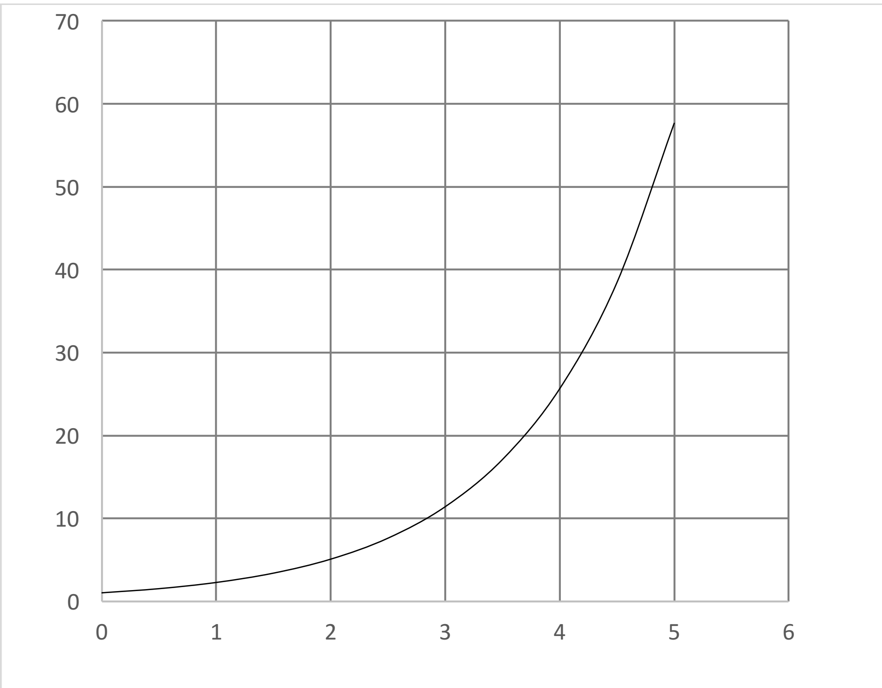


Pour obtenir une estimation aussi précise que possible de la courbe (C_f), il faudrait faire tendre vers 0 l'incrément dx, ce que l'on peut aisément faire sur un tableur.

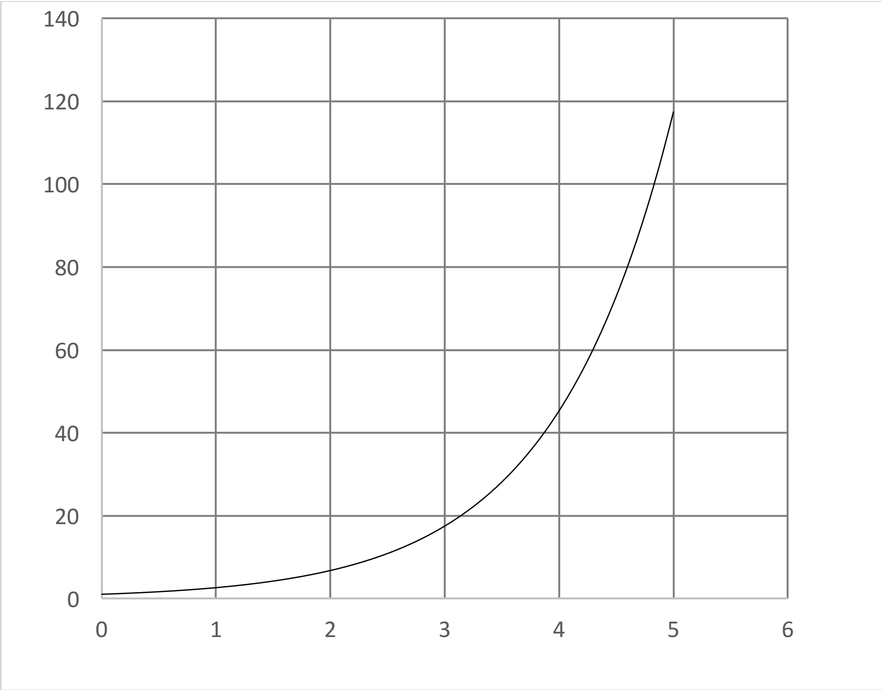
Approximation de la courbe (C_f) avec dx = 1



Approximation de la courbe (C_f) avec dx = 0,5



Approximation de la courbe (C_f) avec dx = 0,1



Approximation de la courbe (C_f) avec dx = 0,01