

Probabilités conditionnelles

Problème

La formulation des nombreuses hypothèses du problème n'est pas exigée afin d'en alléger la rédaction. On utilisera des couleurs sur le ou les arbres afin de clarifier les raisonnements. Calculatrice autorisée.

En janvier 2015, le directeur d'un musée d'art contemporain commande une enquête concernant les habitudes des visiteurs.

Le musée dispose d'un site internet. Pour acheter son billet, une personne intéressée peut se rendre au guichet d'entrée du musée ou commander un billet en ligne.

Trois types de visites sont proposés :

- La visite individuelle sans location d'audioguide.
- La visite individuelle avec location d'audioguide.
- La visite en groupe d'au moins 10 personnes. Dans ce cas, un seul billet est émis pour le groupe.

Le site internet permet uniquement d'acheter les billets individuels avec ou sans audioguide. Pour la visite de groupe, il est nécessaire de se rendre au guichet d'entrée du musée.

Sur l'année 2015 l'enquête a révélé que :

- 55 % des billets d'entrée ont été achetés au guichet du musée ;
- parmi les billets achetés au guichet du musée, 51 % des billets correspondent à des visites individuelles sans location d'audioguide, et 37 % à des visites avec location d'audioguide ;
- 70 % des billets achetés en ligne correspondent à des visites individuelles sans location d'audioguide.

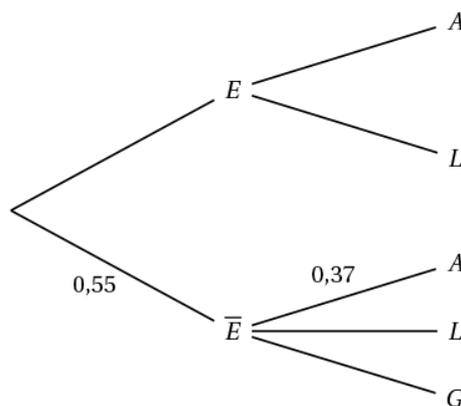
On choisit au hasard un billet d'entrée au musée acheté en 2015.

On considère les événements suivants :

- E : « le billet a été acheté en ligne » ;
- A : « le billet correspond à une visite individuelle avec location d'audioguide » ;
- L : « le billet correspond à une visite individuelle sans location d'audioguide » ;
- G : « le billet correspond à une visite de groupe ».

On rappelle que si E et F sont deux événements, $p(E)$ désigne la probabilité de l'évènement E et $p_F(E)$ désigne la probabilité de l'évènement E sachant que l'évènement F est réalisé. On note \bar{E} l'évènement contraire de E .

1. Recopier et compléter l'arbre pondéré suivant qui représente la situation décrite dans l'énoncé :



2. Montrer que la probabilité que le billet ait été acheté en ligne et corresponde à une visite individuelle avec location d'audioguide est égale à 0,135.
3. Montrer que $p(A) = 0,3385$.
4. Le billet choisi correspond à une visite individuelle avec location d'audioguide. Quelle est la probabilité que ce billet ait été acheté au guichet du musée ?
On arrondira le résultat au millième.

COURS

Soient A et B deux événements d'un univers Ω muni d'une loi de probabilité P.

1. Quelle relation existe-t-il entre $P(A \cup B)$, $P(A \cap B)$, $P(A)$ et $P(B)$?
2. Exprimer $P_B(A)$ en fonction des probabilités d'événements de l'univers.

EXERCICE

Les hypothèses et les questions posées seront clairement formulées. Les calculs seront détaillés.

Soient A et B deux événements **indépendants** d'un univers Ω muni d'une loi de probabilité P.

On donne : $P(A) = \frac{1}{4}$ et $P(\bar{B}) = \frac{8}{9}$.

1. Déterminer $P(B)$.
2. Déterminer $P(A \cap B)$.
3. En déduire que $P(A \cup B) = \frac{1}{3}$.