

# synthèse autour des probabilités conditionnelles

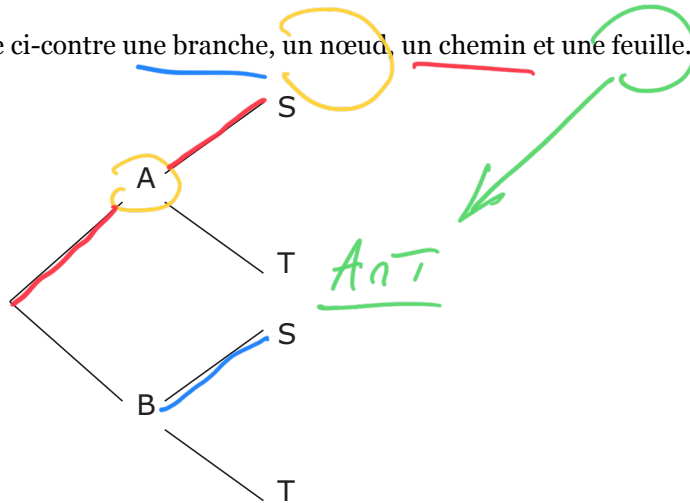
## 1. Définition

Soient A et B deux évènements avec  $P(A) \neq 0$ . La probabilité que l'évènement B se réalise sachant que l'évènement A est réalisé est notée  $P_A(B)$  et est définie par :

$$P_A(B) = \frac{P(A \cap B)}{P(A)}$$

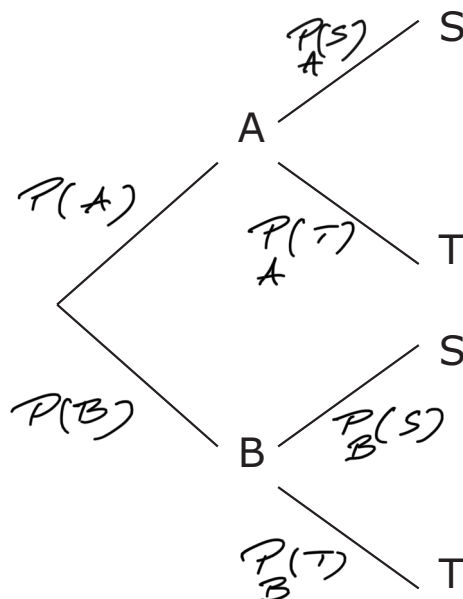
## 2. Le vocabulaire de base

Indiquer par une flèche sur l'arbre ci-contre une branche, un nœud, un chemin et une feuille.



## 3. Identification de probabilités sur un arbre

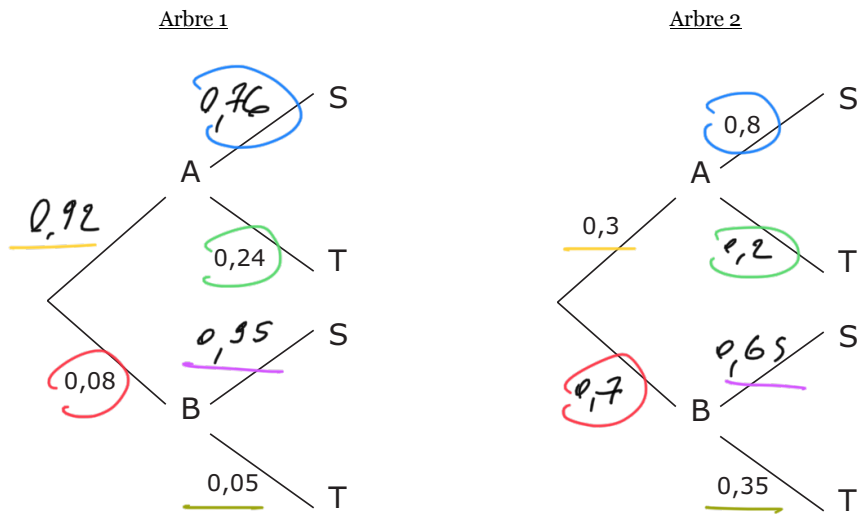
On considère l'arbre de probabilité ci-dessous. Indiquer sur chaque branche de l'arbre la probabilité correspondante avec la notation qui convient.



## 4. Propriétés des arbres

### 4.1. Propriété 1

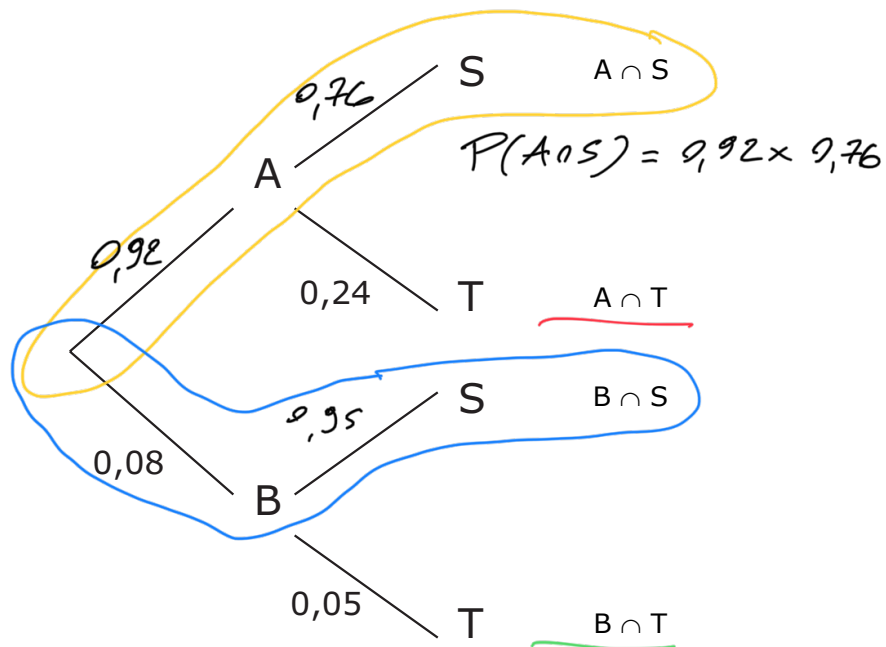
La somme des probabilités indiquées sur les branches issues d'un même nœud est égale à 1.



Déterminer  $P(A)$ ,  $P(B)$ ,  $P_A(S)$ ,  $P_A(T)$ ,  $P_B(S)$  et  $P_B(T)$  pour l'arbre 1 et l'arbre 2.

### 4.2. Propriété 2

La probabilité d'une feuille est le produit des probabilités indiquées sur les branches du chemin qui aboutit à cette feuille.



$$P(A \cap T) = 0,92 \times 0,24$$

$$P(B \cap S) = 0,08 \times 0,95$$

Déterminer  $P(A \cap S)$ ,  $P(A \cap T)$ ,  $P(B \cap S)$  et  $P(B \cap T)$ .

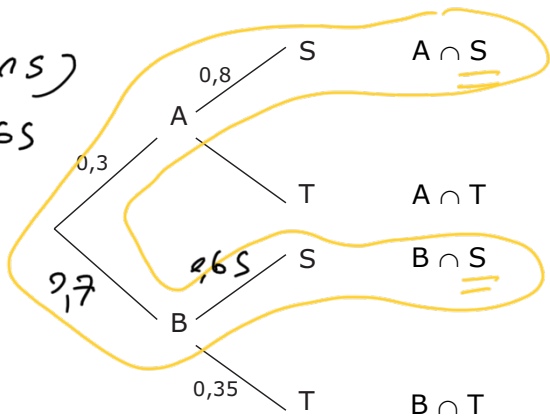
$$P(B \cap T) = 0,08 \times 0,05$$

### 4.3. Propriété 3 [formule des probabilités totales]

La probabilité d'un événement associé à plusieurs feuilles est égale à la somme des probabilités de chacune de ces feuilles.

$$P(S) = P(A \cap S) + P(B \cap S)$$

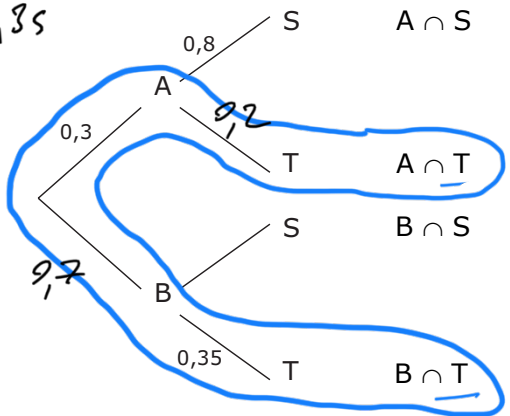
$$= 0,3 \times 0,8 + 0,7 \times 0,65$$



Déterminer P(S).

$$P(T) = P(A \cap T) + P(B \cap T)$$

$$= 0,3 \times 0,2 + 0,7 \times 0,35$$



Déterminer P(T).

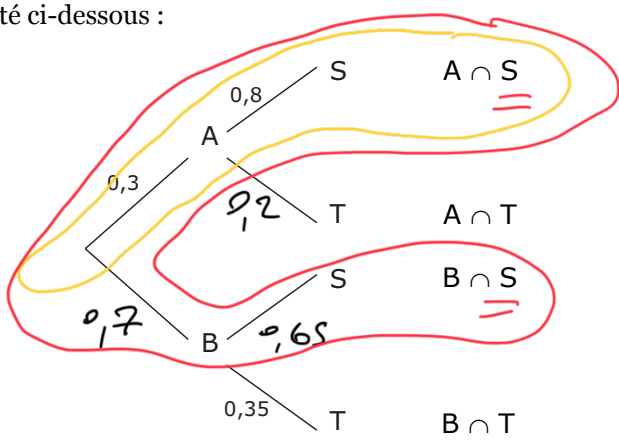
### 5. Théorème de BAYES

On considère l'arbre de probabilité ci-dessous :

$$P(A|S) = \frac{P(A \cap S)}{P(S)}$$

ou

$$P(A|S) = \frac{P(S|A) \times P(A)}{P(S)}$$

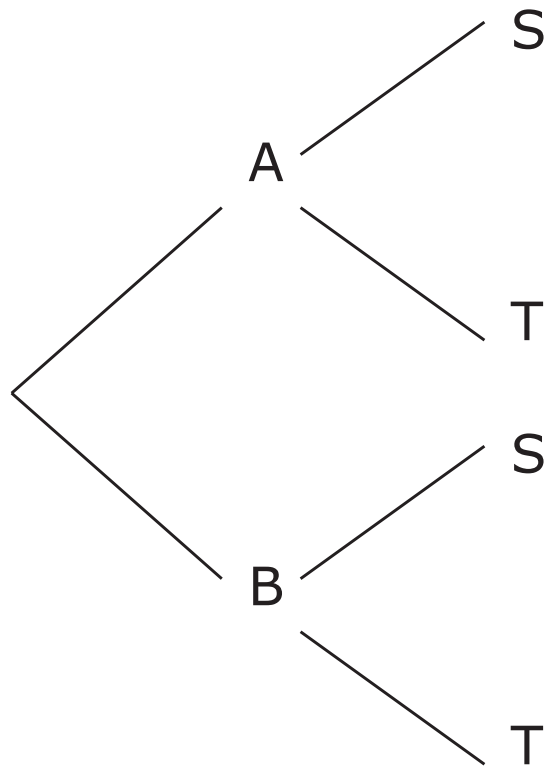


$$= \frac{0,3 \times 0,8}{0,3 \times 0,8 + 0,7 \times 0,65}$$

Déterminer P<sub>s</sub>(A) et P<sub>s</sub>(B).

### Un peu de théorie...

On considère l'arbre ci-dessous :



1)  $P(A \cap S) = P(A) \times P_A(S)$

2) **Formule des probabilités totales**

$$P(S) = P(A \cap S) + P(B \cap S) = P(A) \times P_A(S) + P(B) \times P_B(S)$$

3) **Théorème de BAYES**

$$P_S(A) = \frac{P_A(S) \times P(A)}{P(S)}$$