

# BILAN - SUITES NUMÉRIQUES

Compétence "*Communiquer*" : La qualité de l'expression et de la rédaction est évaluée.

Compétence "*Calculer*" : seuls les calculs clairement détaillés vaudront les points indiqués.

Compétence "*Représenter*" : les schémas ou tableaux seront réalisés avec soin.

## Cours 4 points

1. Qu'appelle-t-on une suite numérique ? 1 point
2. Formule permettant de calculer  $1 + 2 + 3 + \dots + n$ . 1 point
3. Formule permettant de calculer  $1 + q + q^2 + \dots + q^n$  où  $q \neq 1$ . 1 point
4. Soit  $u$  une suite géométrique de raison  $q$ . Exprimer  $u_n$  en fonction de  $u_m$  et  $q$ ,  $n$  et  $m$  étant deux entiers. 1 point

## Exercice 1 5 points

On considère la suite  $u$  définie sur  $\mathbb{N}$  par  $u_n = \frac{3^{n+1}}{4^n}$ .

1. Exprimer sous la forme de fractions irréductibles les termes  $u_0$ ,  $u_1$  et  $u_2$  en détaillant les calculs. 1,5 point
2. Démontrer que la suite  $(u_n)$  est une suite géométrique. 1 point
3. Représenter par un schéma la suite  $(u_n)$ . Le schéma comportera la relation de récurrence définissant la suite, la définition explicite de la suite et les valeurs des premiers termes. 2 points
4. Indiquer les valeurs de sa raison  $q$  et de son premier terme  $u_0$ . 0,5 point

## Exercice 2 4 points

On considère la suite géométrique  $u$  de raison  $q = \frac{1}{3}$  telle que  $u_0 = 243$ .

1. Donner la définition par récurrence de la suite  $u$  ci-dessus. 0,5 point
2. Donner l'expression de  $u_n$  en fonction de  $n$ . 0,5 point
3. Déterminer  $u_3$  et  $u_5$ . 1 point
4. Exprimer la somme  $u_0 + u_1 + \dots + u_n$  en fonction de  $n$  (Définition du cours). 1 point
5. En déduire que :  $u_0 + u_1 + \dots + u_5 = \frac{3^6 - 1}{2}$ . 1 point

**Exercice 2** 7 points

On considère la suite géométrique  $(e_n)$  de raison  $q$  telle que  $q = 2$  et  $e_0 = \frac{1}{5}$ .

1. Quelle est la définition explicite de la suite  $(e_n)$ ? 0,5 point
2. Montrer que  $e_8 = \frac{512}{10}$  en détaillant le raisonnement. En déduire  $e_8$ . 1 point
3. Quelle relation de récurrence définit la suite  $(e_n)$ ? 0,5 point
4. On considère une feuille d'épaisseur 0,2 mm. On replie la feuille sur elle-même successivement dix fois. Est-il vrai que l'épaisseur de la feuille repliée dix fois sur elle-même dépasse 20 centimètres? 2 points
5. La distance entre Paris et New-York est supposée égale à 6 000 km. 2 points  
On veut déterminer le nombre de fois qu'il faudrait plier la feuille de 2 mm pour obtenir un fil tenu de longueur au moins égale à la distance Paris et New-York.  
Montrer que résoudre ce problème revient à résoudre l'équation  $2^n = 3 \times 10^9$
6. A l'aide de la calculatrice (mode SCI), indiquer combien de pliages seraient alors nécessaires? 1 point