Correction du sujet d'un exemple d'évaluation pour progresser

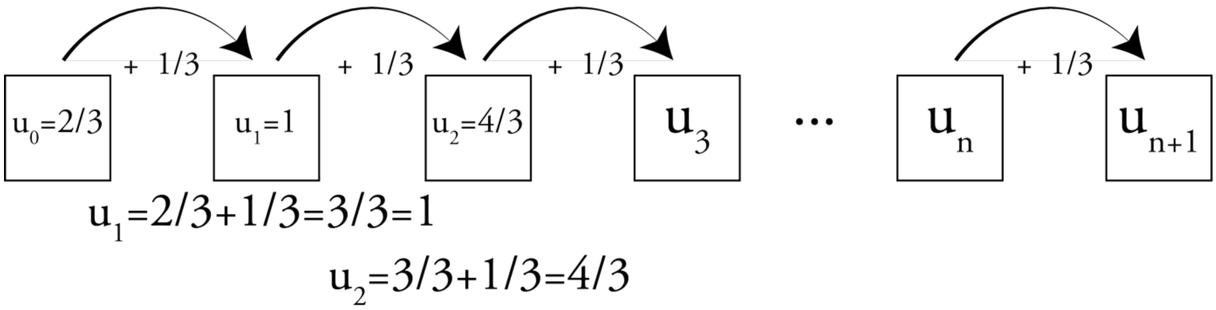
cours

1. Une suite arithmétique u est définie par récurrence par une relation de la forme $u_{n+1} = u_n + r$ où r est appelée raison de la suite, le premier terme u_0 étant donné.

2. On a : $1 + 2 + 3 + \cdots + n = \frac{n(n+1)}{2}$

exercice 1

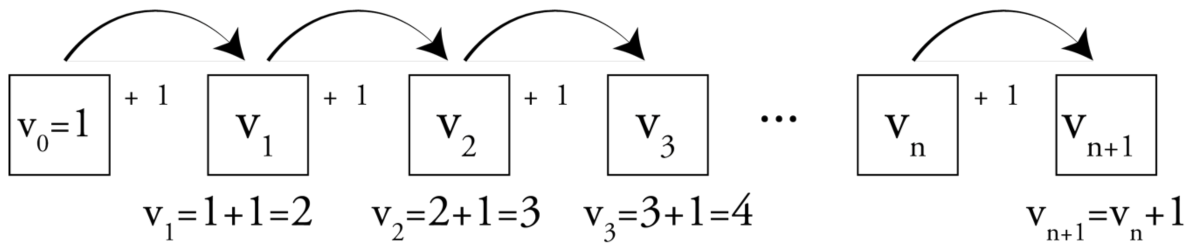
On considère la suite arithmétique (u_n) de raison $\frac{1}{3}$ et de premier terme $u_0 = \frac{2}{3}$.
1. Traduisons l'énoncé par un schéma.



2. La suite (u_n) est définie par la relation de récurrence : $u_{n+1} = u_n + \frac{1}{3}$ avec $u_0 = \frac{2}{3}$.
3. On a : $u_n = u_0 + n \times \frac{1}{3} = \frac{1}{3}n + \frac{2}{3}$.
4. On a : $u_{25} = \frac{1}{3}(25) + \frac{2}{3} = \frac{27}{3} = 9$.

exercice 2

On considère la suite arithmétique (v_n) de raison 1 et de premier terme $v_0 = 1$.
1. Traduisons l'énoncé par un schéma.



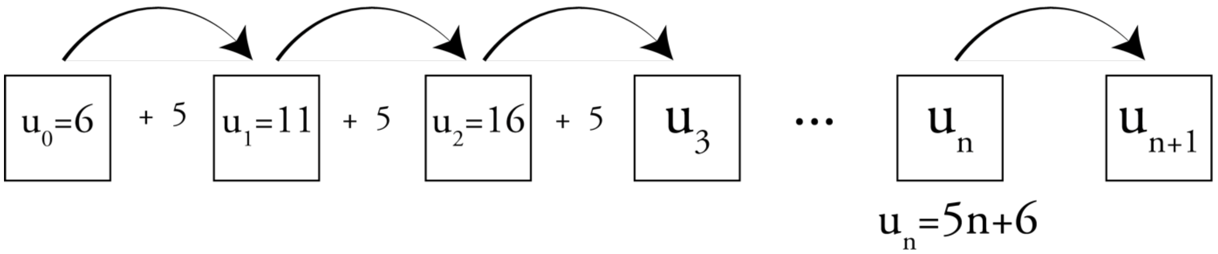
2. Calculons $v_0 + v_1 + v_2 + \cdots + U_{29}$.
   On a : $v_0 + v_1 + v_2 + \cdots + v_{29} = 1 + 2 + 3 + \cdots + 30 = \frac{30(30+1)}{2}$
   Donc : $v_0 + v_1 + v_2 + \cdots + v_{29} = 31 \times 15 = 465$.

exercice 3

On considère la suite u définie par $u_n = 5n + 6$ pour tout n entier naturel.
1. Calculer u_0, u_1 et u_2.
2. Traduire l'énoncé par un schéma.
3. Calculer $u_6 - u_5$, $u_{10} - u_9$ et $u_{43} - u_{42}$.
4. Calculer $u_{n+1} - u_n$.
5. Quelle est la nature de la suite u ? Justifier.

1. On a : $u_0 = 5(0) + 6 = 6$.
   $u_1 = 5(1) + 6 = 11$.
   $u_2 = 5(2) + 6 = 16$

2. Traduisons l'énoncé par un schéma.



3. On a : $u_6 - u_5 = 5(6) + 6 - (5(5) + 6) = 5(6 - 5) = 5$.
   $u_{10} - u_9 = 5(10) + 6 - (5(9) + 6) = 5(10 - 9) = 5$.
   $u_{43} - u_{42} = 5(43) + 6 - (5(42) + 6) = 5(43 - 42) = 5$

4. Calculons $u_{n+1} - u_n$.
   $u_{n+1} - u_n = 5(n + 1) + 6 - (5n + 6) = 5n + 5 + 6 - 5n - 6 = 5$.

5. La suite u est une suite arithmétique de raison 5 et de premier terme $u_0 = 6$ car
   $u_{n+1} - u_n = 5$, donc : $u_{n+1} = u_n + 5$ (Définition par récurrence d'une telle suite).