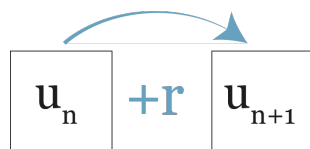


# en avant vers les limites de suites

## suites arithmétiques

On considère la suite arithmétique  $(u_n)$  de raison  $r$  et de premier terme  $u_0$ .



Si  $r > 0$ , alors la suite  $(u_n)$  est strictement croissante. On a en effet  $u_{n+1} = u_n + r$  avec  $r > 0$ , donc :  $u_{n+1} > u_n$  pour tout entier naturel  $n$ .

De plus, lorsque le rang  $n$  tend vers l'infini, la valeur correspondante du terme de rang  $n$  tend vers l'infini.

On écrit que  $u_n$  tend vers  $+\infty$  quand  $n$  tend vers  $+\infty$ .

Ceci s'écrit aussi d'une manière simplifiée sous la forme :  $u_n \rightarrow +\infty$  quand  $n \rightarrow +\infty$ .

Dans un tel cas, on dit que la suite arithmétique diverge et on écrit :  $\lim_{n \rightarrow +\infty} u_n = +\infty$  ou encore :  $\lim u_n = +\infty$ . Ce vocabulaire vous deviendra peu à peu familier.

Si  $r < 0$ , alors la suite  $(u_n)$  est strictement décroissante car  $u_{n+1} = u_n + r$  avec  $r < 0$ , donc :  $u_{n+1} - u_n < 0$  et  $u_{n+1} < u_n$  pour tout entier naturel  $n$ .

De plus, lorsque le rang  $n$  tend vers l'infini, la valeur correspondante du terme de rang  $n$  diminue inlassablement et tend vers moins l'infini.

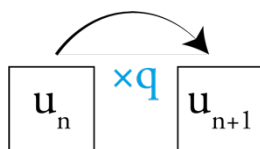
On écrit que  $u_n$  tend vers  $-\infty$  quand  $n$  tend vers  $+\infty$ .

Ceci s'écrit aussi d'une manière simplifiée sous la forme :  $u_n \rightarrow -\infty$  quand  $n \rightarrow +\infty$ .

Dans ce cas, on dit aussi que la suite arithmétique diverge et on écrit :  $\lim_{n \rightarrow +\infty} u_n = -\infty$  ou encore :  $\lim u_n = -\infty$ .

## suites géométriques

On considère la suite géométrique  $(u_n)$  de raison  $q$  et de premier terme  $u_0 > 0$ , dite à termes strictement positifs.



Si  $q > 1$  et  $u_0 > 0$ , alors la suite  $(u_n)$  est strictement croissante.

On a en effet dans ce cas :  $u_{n+1} = q \times u_n$  avec  $q > 1$ , donc :  $\frac{u_{n+1}}{u_n} = q > 1$  pour tout entier naturel  $n$ , d'où :  $u_{n+1} > u_n$  pour tout entier naturel  $n$ .

De plus, lorsque le rang  $n$  tend vers l'infini, la valeur correspondante du terme de rang  $n$  augmente à l'infini. On dit que  $u_n$  tend vers l'infini.

Dans un tel cas, on dit que la suite géométrique diverge et on écrit :  $\lim_{n \rightarrow +\infty} u_n = +\infty$   
ou encore :  $\lim u_n = +\infty$ .

Si  $0 < q < 1$  et  $u_0 > 0$ , alors la suite  $(u_n)$  est strictement décroissante.

On a :  $u_{n+1} = q \times u_n$  avec  $q < 1$ , donc :  $\frac{u_{n+1}}{u_n} = q < 1$  pour tout entier naturel  $n$ ,  
d'où :  $u_{n+1} < u_n$  pour tout entier naturel  $n$ .

De plus, lorsque le rang  $n$  tend vers l'infini, la valeur correspondante du terme de rang  $n$  diminue en se rapprochant de plus en plus de la valeur zéro. On dit que  $u_n$  tend vers la limite 0.

Dans un tel cas, on dit que la suite géométrique converge vers 0 et on écrit que sa limite est 0, c'est-à-dire :  $\lim_{n \rightarrow +\infty} u_n = 0$  ou encore :  $\lim u_n = 0$ .

### Généralisation

D'une manière plus générale, quelle que soit le signe de  $u_0$  :

Si  $-1 < q < 1$ , alors la suite  $(u_n)$  converge vers 0 et  $\lim_{n \rightarrow +\infty} u_n = 0$ .

Dans le cas contraire, si  $q < -1$  ou  $q > 1$ , alors la suite  $(u_n)$  diverge.