

somme et suite arithmétique

EXERCICE 1

On considère la somme $S = 1 + 2 + 3 + \dots + (n - 1) + n$.

1. Carl Friedrich GAUSS... Prince des mathématiques ?
2. Réécrire S en commençant par : $n + (n - 1) + \dots$
3. Calculer astucieusement $2S$.
4. En déduire que : $S = \frac{n(n+1)}{2}$.

EXERCICE 2

On considère un polynôme $P(x)$ du second degré défini par $P(x) = ax^2 + bx + c$.

1. Déterminer $P(x + 1) - P(x)$.
2. Démontrer que : $P(x + 1) - P(x) = x \Leftrightarrow \begin{cases} 2a = 1 \\ a + b = 0 \end{cases}$
3. Déterminer a et b pour que $P(x + 1) - P(x) = x$.
4. En déduire $P(x)$.
5. Recopier et compléter :
 $P(1) - P(0) = \dots\dots\dots$
 $P(2) - P(1) = \dots\dots\dots$
 $P(3) - P(2) = \dots\dots\dots$
 $P(4) - P(3) = \dots\dots\dots$
...
 $P(n + 1) - P(n) = \dots\dots\dots$

6. Démontrer que : $P(n + 1) - P(0) = 1 + 2 + 3 + \dots + n$.

7. A l'aide des résultats précédents, démontrer que :

$$P(n + 1) - P(0) = \frac{n(n + 1)}{2}$$

8. En déduire que : $1 + 2 + 3 + \dots + (n - 1) + n = \frac{n(n+1)}{2}$.