

# somme et suite arithmétique

## EXERCICE 1

On considère la somme  $S = 1 + 2 + 3 + \dots + (n - 1) + n$ .

1. Carl Friedrich GAUSS... Prince des mathématiques ?
2. Réécrire  $S$  en commençant par :  $n + (n - 1) + \dots$
3. Calculer astucieusement  $2S$ .
4. En déduire que :  $S = \frac{n(n+1)}{2}$ .

## EXERCICE 2

On considère un polynôme  $P(x)$  du second degré défini par  $P(x) = ax^2 + bx + c$ .

1. Déterminer  $P(x + 1) - P(x)$ .
2. Démontrer que :  $P(x + 1) - P(x) = x \Leftrightarrow \begin{cases} 2a = 1 \\ a + b = 0 \end{cases}$
3. Déterminer  $a$  et  $b$  pour que  $P(x + 1) - P(x) = x$ .
4. En déduire  $P(x)$ .
5. Recopier et compléter :  
 $P(1) - P(0) = \dots\dots\dots$   
 $P(2) - P(1) = \dots\dots\dots$   
 $P(3) - P(2) = \dots\dots\dots$   
 $P(4) - P(3) = \dots\dots\dots$   
...  
 $P(n + 1) - P(n) = \dots\dots\dots$

6. Démontrer que :  $P(n + 1) - P(0) = 1 + 2 + 3 + \dots + n$ .

7. A l'aide des résultats précédents, démontrer que :

$$P(n + 1) - P(0) = \frac{n(n + 1)}{2}$$

8. En déduire que :  $1 + 2 + 3 + \dots + (n - 1) + n = \frac{n(n+1)}{2}$ .