Synthèse autour des suites géométriques

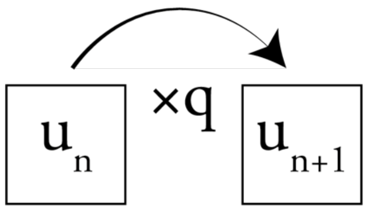
1. Définition par récurrence d'une suite géométrique

   Une suite géométrique u ou (u_n) de raison q est définie par une relation dite de récurrence de la forme :

   $$u_{n+1} = qu_n,$$

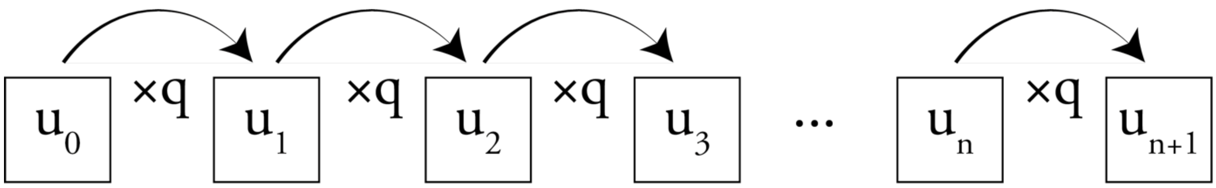
   le premier terme de la suite étant donné (généralement u_0).

Une image mentale simple pour comprendre



Le terme u_{n+1} d'une suite géométrique u ou (u_n) s'obtient en multipliant par la raison q le terme u_n de rang précédent.

Une suite géométrique u de raison q et de premier terme u_0 se représente d'une manière schématique comme ci-dessous :



2. Expression de u_n en fonction de n (définition explicite)

   Une suite géométrique u de raison q est définie d'une manière explicite par une expression de la forme :

   $$u_n = q^n u_0.$$

3. Détermination de la somme $1 + q + q^2 + \cdots + q^n$

   Lorsque q = 1, on a : $1 + q + q^2 + \cdots + q^n = n + 1$.

   Lorsque q ≠ 1, on a : $1 + q + q^2 + \cdots + q^n = \frac{1-q^{n+1}}{1-q}$.

4. Détermination de la somme $u_0 + u_1 + \cdots + u_n$

   Lorsque q ≠ 1, on a : $u_0 + u_1 + \cdots + u_n = \frac{1-q^{n+1}}{1-q} u_0$.

5. Propriété

   On a la relation très utile : $u_n = q^{n-p} u_p$.