Factorisation des trinômes de degré 2

Un trinôme $ax^2 + bx + c$ est-il factorisable ?

Parfois mais pas toujours !

Tout dépend du signe du discriminant Δ du trinôme !

• **Si Δ > 0, alors le trinôme est factorisable.**

Dans ce cas, on peut écrire :

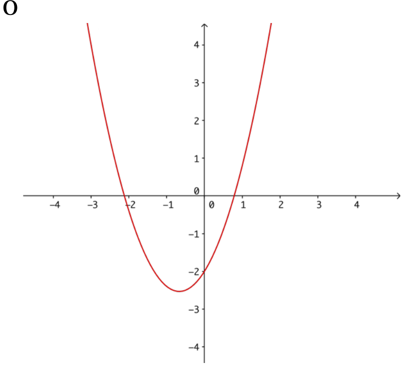
$$ax^2 + bx + c = a(x - x_1)(x - x_2)$$

avec

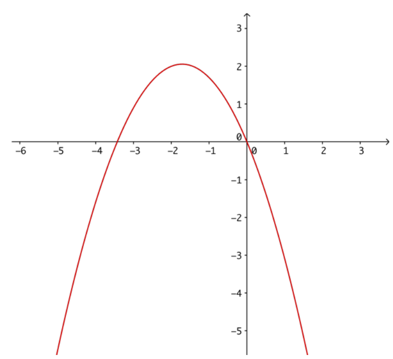
$$x_1 = \frac{-b-\sqrt{\Delta}}{2a} \quad \text{et} \quad x_2 = \frac{-b+\sqrt{\Delta}}{2a}$$

Les 2 racines du trinôme sont les abscisses des 2 points d'intersection de l'axe (Ox) et de la parabole d'équation $y = ax^2 + bx + c$. La parabole représentative de la fonction qui, à tout réel x, associe $ax^2 + bx + c$ coupe l'axe (Ox) en deux points distincts.

a > 0



a < 0



Le trinôme $ax^2 + bx + c$ n'aura pas toujours le même signe. Son signe dépendra de la valeur de x.

• Si Δ = 0, alors le trinôme est factorisable.

Dans ce cas, on a :

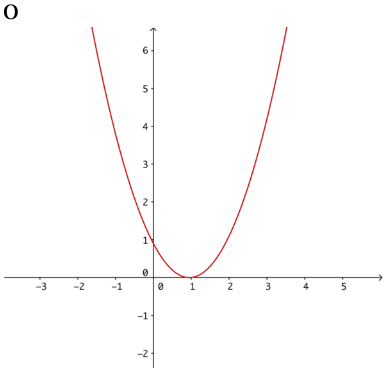
$$ax^2 + bx + c = a(x - x_0)^2$$

avec

$$x_0 = \frac{-b}{2a}.$$

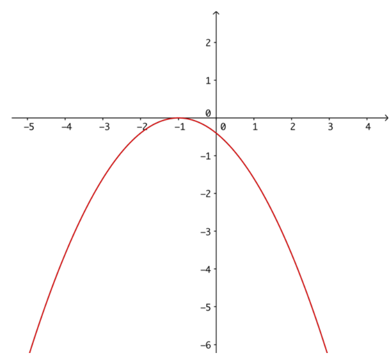
La racine double du trinôme est l'abscisse du point d'intersection de l'axe (Ox) et de la parabole.
La parabole représentative de la fonction qui, à tout réel x, associe $ax^2 + bx + c$ coupe l'axe (Ox) en un unique point qui est le sommet de la parabole.

a > 0



Pour tout réel x, on a : $ax^2 + bx + c = a(x - x_0)^2 \geq 0$

a < 0



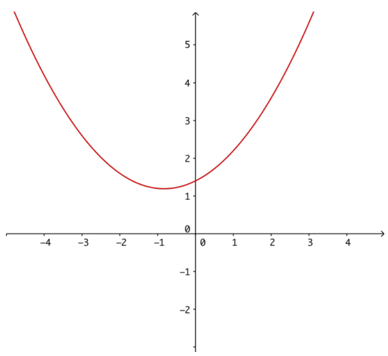
Pour tout réel x, on a : $ax^2 + bx + c = a(x - x_0)^2 \leq 0$

• Si $\Delta < 0$, alors le trinôme n’est pas factorisable.

$ax^2 + bx + c$ n'est pas factorisable.

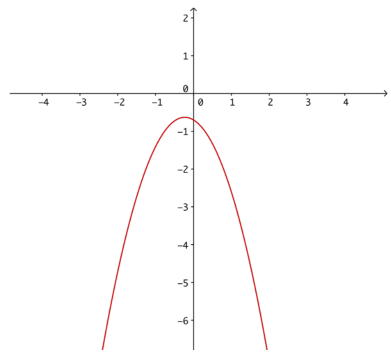
La parabole représentative de la fonction qui, à tout réel x, associe $ax^2 + bx + c$ ne coupe pas l’axe (Ox).
Elle se situe au-dessus de l’axe ou au-dessous.

$a > 0$



Pour tout réel x, on a : $ax^2 + bx + c > 0$

$a < 0$



Pour tout réel x, on a: $ax^2 + bx + c < 0$