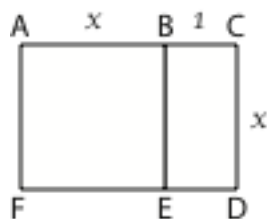


## Recherche : Trinôme et nombre d'or

On considère la figure suivante :



Les quadrilatères ACDF et BCDE sont des rectangles qui présentent les mêmes proportions.

On suppose :  $AB = CD = x$  et  $BC = 1$ .

1) Démontrer l'égalité :  $x^2 - x - 1 = 0$ .

2) On pose :  $x^2 - x - 1 = (x - x_1)(x - x_2)$ .

Montrer que :  $x_1 + x_2 = 1$

$$x_1 x_2 = -1$$

3) Développer  $(x_1 + x_2)^2$  et montrer que  $x_1^2 + x_2^2 = 3$ .

4) Montrer que  $(x_1 - x_2)^2 = 5$ .

On pose  $s(x_1, x_2) = x_1 + x_2$  et  $p(x_1, x_2) = x_1 x_2$ .

Exprimer  $s(x_2, x_1)$  et  $p(x_2, x_1)$  en fonction de  $x_1$  et de  $x_2$ .

Que peut-on remarquer ?

Par quelle transformation passe-t-on de l'écriture  $(x_1, x_2)$  à l'écriture  $(x_2, x_1)$  ?

Conclusion ?

5) Démontrer que les nombres  $x_1$  et  $x_2$  sont solutions du système de deux équations linéaires à deux inconnues :

$$\begin{cases} x_1 + x_2 = 1 \\ x_1 - x_2 = \sqrt{5} \end{cases}$$

6) Montrer que  $AB = \varphi$  où  $\varphi = \frac{1 + \sqrt{5}}{2}$  est appelé nombre d'or...

Calculer les trois premières décimales du nombre  $\sqrt{5}$ .

Représenter sous GeoGebra la fonction  $f$  définie sur l'ensemble des réels par

$f(x) = x^2 - x - 1$  et résoudre graphiquement l'équation  $f(x) = 0$ .