Racines d'un trinôme de degré 2

Définition

On appelle racine d'un trinôme du second degré $ax^2 + bx + c$ toute valeur pour laquelle le trinôme s'annule.

Méthode

Pour déterminer la ou les racines d'un trinôme de degré 2 de la forme $ax^2 + bx + c$, si toutefois elles existent, nous disposons d'une méthode appelée « méthode du discriminant ».

La première étape de la méthode consiste à calculer le discriminant du trinôme après avoir clairement identifié dans la forme développée les coefficients a, b et c qui interviennent dans le calcul de Δ.

Étape 1 - Détermination du discriminant Δ du trinôme considéré :

$$\Delta = b^2 - 4ac$$

La deuxième étape consiste à examiner le discriminant du trinôme et à identifier, parmi les trois cas possibles $\Delta > 0$? $\Delta = 0$? $\Delta < 0$? celui rencontré.

Étape 2 - Test du discriminant $\Delta > 0$? $\Delta = 0$? $\Delta < 0$?

Selon le cas rencontré $\Delta > 0$, $\Delta = 0$ ou $\Delta < 0$, la troisième étape consiste à énoncer le nombre de racines du trinôme, à savoir 2, 1 ou 0, et à calculer la ou lesdites racines.

Étape 3 - Appréciation du nombre de racines et calcul de la ou des racines du trinôme

- Si $\Delta > 0$, alors le trinôme $ax^2 + bx + c$ admet deux racines distinctes x_1 et x_2 avec :

$$x_1 = \frac{-b-\sqrt{\Delta}}{2a} \quad \text{et} \quad x_2 = \frac{-b+\sqrt{\Delta}}{2a}$$

Le trinôme s'annule lorsque $x = x_1$ et $x = x_2$.
et
il se factorise sous la forme $a(x - x_1)(x - x_2)$

- Si $\Delta = 0$, alors le trinôme $ax^2 + bx + c$ admet une racine double x_0 avec : $x_0 = \frac{-b}{2a}$.

Le trinôme s'annule lorsque $x = x_0$.
et
il se factorise sous la forme $a(x - x_0)^2$

- Si $\Delta < 0$, alors : $ax^2 + bx + c$ n'admet aucune racine. Ce trinôme ne s'annule jamais et ne change donc jamais de signe. Il ne se factorise pas.