

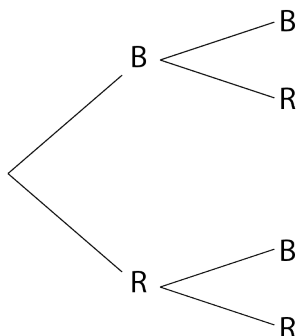
# évaluation sur les variables aléatoires

Durée 55 min.

Le mardi 27 septembre 2022

Une urne contient dix boules blanches et  $n$  boules rouges,  $n$  étant un entier naturel supérieur ou égal à 2. On fait tirer à un joueur deux boules de l'urne, successivement et avec remise. A chaque tirage, aucune boule n'est favorisée. On note B l'événement : "Le joueur tire une boule blanche" et R l'événement : "Le joueur tire une boule rouge". Pour chaque boule blanche tirée, le joueur gagne 2 € et pour chaque boule rouge, il perd 3 €.

- 1) Déterminer la probabilité que le joueur tire une boule blanche lors du premier tirage ?
- 2) En déduire  $P(R)$ .
- 3) Recopier et compléter l'arbre pondéré.



- 4) Calculer les probabilités des feuilles ou événements  $B \cap B$ ,  $B \cap R$ ,  $R \cap B$  et  $R \cap R$ .
- 5) Recopier et compléter la loi de probabilités associée à l'expérience aléatoire.

Événement	$B \cap B$	$B \cap R$	$R \cap B$	$R \cap R$
Probabilité				

On désigne par  $X$  la variable aléatoire associée au gain algébrique obtenu par le joueur.

- 6) Combien de valeurs peut prendre la variable aléatoire  $X$  ? Lesquelles ?
- 7) Démontrer que :  $P(X = -1) = \frac{20n}{(10+n)^2}$ .
- 8) Recopier et compléter la loi de probabilité de la variable aléatoire  $X$ .

$x_i$		-1	
$P(X = x_i)$			

- 9) Démontrer que l'espérance  $E(X)$  de la variable aléatoire  $X$  est :

$$E(X) = \frac{-6n^2 - 20n + 400}{(n + 10)^2}$$

- 10) Montrer que :  $-6n^2 - 20n + 400 = 6(n + 10) \left( \frac{20}{3} - n \right)$ .
- 11) Pour combien de boules rouges l'espérance  $E(X)$  est-elle strictement positive ?
- 12) Cours - Quelle est la définition d'une variable aléatoire ?