exercice type sur les droites

Énoncé

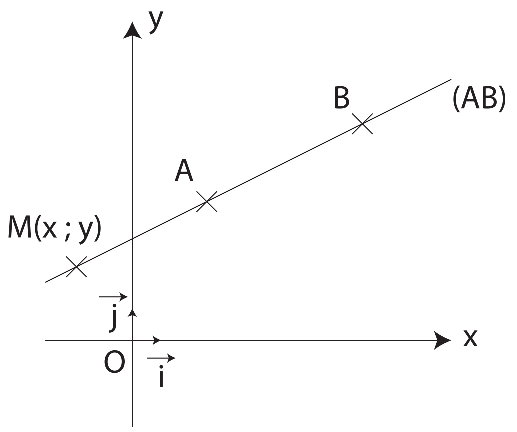
Soient $A(x_A; y_A)$ et $B(x_B; y_B)$ deux points du plan rapporté à un repère orthonormé $(O; \vec{\imath}, \vec{\jmath})$.

Déterminer une équation de la droite (AB).

Résolution

Soient $A(x_A; y_A)$ et $B(x_B; y_B)$ deux points du plan rapporté à un repère orthonormé $(O; \vec{\imath}, \vec{\jmath})$.

Déterminons une équation de la droite (AB).



Le point de départ du raisonnement est la phrase ci-dessous

Pour tout point M(x ; y) du plan, dire que M appartient à la droite (AB) revient à dire que $\overrightarrow{AM}$ et $\overrightarrow{AB}$ sont colinéaires.

L'utilisation du connecteur logique ⇔ s'avère ici très utile pour une articulation souple du raisonnement :

Pour tout point M(x ; y) du plan, M∈(AB) ⇔ $\overrightarrow{AM}$ et $\overrightarrow{AB}$ colinéaires ⇔ $det\left(\overrightarrow{AM}, \overrightarrow{AB}\right) = 0$

$\Leftrightarrow \begin{vmatrix} x - x_A & x_B - x_A \\ y - y_A & y_B - y_A \end{vmatrix} = 0 \Leftrightarrow (x - x_A)(y_B - y_A) - (x_B - x_A)(y_B - y_A) = 0.$

En développant cette expression, nous obtenons une équation de la droite (AB), c'est-à-dire une relation à laquelle satisfont l'abscisse et l'ordonnée de tous les points de la droite (AB).