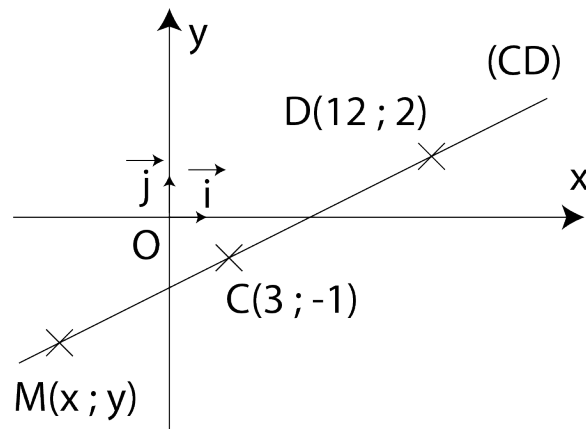


Correction de l'évaluation rapide sur déterminant, colinéarité et droite

Dans un repère $(O; \vec{i}, \vec{j})$ orthonormé, on considère $C(3; -1)$ et $D(12; 2)$ et (CD) .

1. Traduisons la situation par un schéma.



2. Calculons \overrightarrow{CD} .

$$\text{On a : } \overrightarrow{CD} = \begin{pmatrix} x_D - x_C \\ y_D - y_C \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 12 - 3 \\ 2 - (-1) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 9 \\ 2 + 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 9 \\ 3 \end{pmatrix}$$

3. Pour tout point $M(x; y)$ du plan, $M \in (CD) \Leftrightarrow \overrightarrow{CM}$ et \overrightarrow{CD} colinéaires.

4. Exprimer le vecteur \overrightarrow{CM} en fonction de x et y .

$$\text{On a : } \overrightarrow{CM} = \begin{pmatrix} x_M - x_C \\ y_M - y_C \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} x - 3 \\ y - (-1) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} x - 3 \\ y + 1 \end{pmatrix}$$

5. Déterminons une équation cartésienne de la droite (CD) .

$$\begin{aligned} \text{Pour tout point } M(x; y) \text{ du plan, } M \in (CD) &\Leftrightarrow \overrightarrow{CM} \text{ et } \overrightarrow{CD} \text{ colinéaires} \Leftrightarrow \\ \det(\overrightarrow{CM}, \overrightarrow{CD}) = 0 &\Leftrightarrow \begin{vmatrix} x - 3 & 9 \\ y + 1 & 3 \end{vmatrix} = 0 \Leftrightarrow 3(x - 3) - 9(y + 1) = 0 \\ &\Leftrightarrow 3x - 9 - 9y - 9 = 0 \Leftrightarrow 3x - 9y - 18 = 0 \end{aligned}$$

En résultat, $3x - 9y - 18 = 0$ est une équation cartésienne de la droite (CD) , c'est-à-dire que tous les points $M(x; y)$ de la droite appartiennent à la famille des points pour lesquelles les coordonnées x et y sont liées entre elles par la relation $3x - 9y - 18 = 0$ (Équation 1)

Cette équation cartésienne est équivalente à l'équation cartésienne simplifiée $x - 3y - 6 = 0$ (Équation 2), obtenue en divisant les membres à gauche et à droite de l'égalité dans l'équation (1) par 3.

Cours

Dans le plan, une équation cartésienne de droite est une équation de la forme $ax + by + c = 0$.

6. Déterminons l'équation réduite de la droite (CD) .

$$x - 3y - 6 = 0 \Leftrightarrow x - 6 = 3y \Leftrightarrow 3y = x - 6 \Leftrightarrow y = \frac{x-6}{3} \Leftrightarrow y = \frac{1}{3}x - 2$$

L'équation réduite de la droite (CD) est : $y = \frac{1}{3}x - 2$.

Cours

Dans le plan, l'équation réduite d'une droite s'écrit sous la forme $y = mx + p$, m étant la pente de la droite et p l'ordonnée à l'origine.

7. La pente de la droite (CD) est : $m = \frac{1}{3}$.

8. L'ordonnée à l'origine p de la droite (CD) est : -2 .