Dossier: Vecteurs

Réactivation 1

Soient A(x_A ; y_A) et B(x_B ; y_B) deux points distincts considérés dans un repère $\left(O\,;\,\vec{i}\,,\vec{j}\right)$. Les vecteurs $\vec{i}$ et $\vec{j}$ sont deux vecteurs non colinéaires du plan ; $\left(\vec{i}\,,\vec{j}\right)$ est appelé base.

Le vecteur $\overrightarrow{AB}$ a pour coordonnées vectorielles $\left(x_B - x_A\,;y_B - y_A\right)$ dans le base $\left(\vec{i}\,,\vec{j}\right)$.

Réactivation 2

Soient $\vec{u}(x,y)$ et $\vec{v}(x',y')$ deux vecteurs du plan rapporté au repère $\left(O\,;\,\vec{i}\,,\vec{j}\right)$.

$\vec{u} = \vec{v} \quad \Leftrightarrow \quad x = x' \quad et \quad y = y'$

Exercice 1

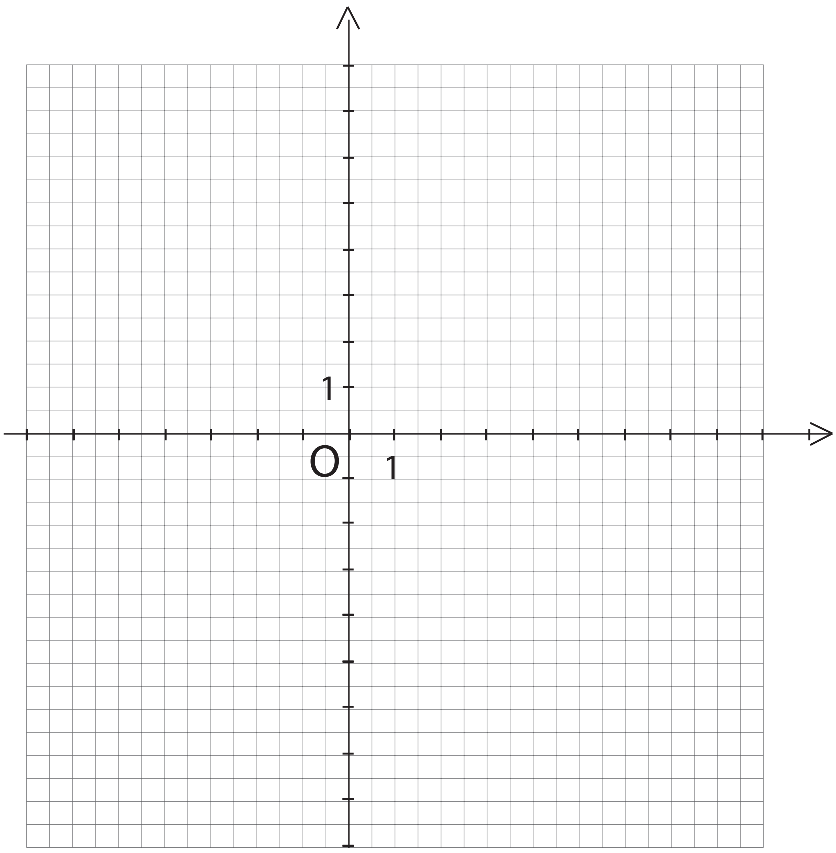
1 Représenter un vecteur

Dans un repère, on donne le vecteur $\vec{u}$ de coordonnées (4 ; − 3).

a) Construire un représentant du vecteur $\vec{u}$.

b) A est le point de coordonnées (− 1 ; 2).
Calculer les coordonnées du point M tel que $\overrightarrow{AM} = \vec{u}$.

c) B est le point de coordonnées (5 ; 1).
Calculer les coordonnées du point N tel que $\overrightarrow{NB} = \vec{u}$.



Exercice 2

2 Calculer les coordonnées d'un vecteur

Dans un repère, on donne les points $A(-2\ ;\ 3)$, $B(4\ ;\ 5)$, $C(7\ ;\ 1)$ et $D(1\ ;\ -1)$.

a) Calculer les coordonnées des vecteurs $\overrightarrow{AB}$ et $\overrightarrow{DC}$.

b) En déduire que le quadrilatère ABCD est un parallélogramme.

Exercice 3

Réactivation 3

Soient $\vec{u}(x,y)$ et $\vec{v}(x',y')$ deux vecteurs du plan rapporté à un repère $(O\,;\,\vec{i},\vec{j})$.

Le vecteur $k\vec{u}$ a pour coordonnées $(kx;ky)$.

Le vecteur $\lambda\vec{u}+\mu\vec{v}$ a pour coordonnées $(\lambda x+\mu x';\lambda y+\mu y')$.

3 Calculer les coordonnées de $\vec{u}+\vec{v}$ et $\lambda\vec{u}$

Dans un repère, on donne les vecteurs $\vec{u}(2\ ;\ -5)$ et $\vec{v}(-3\ ;\ -1)$.
Calculer les coordonnées des vecteurs :

a) $\vec{u}+\vec{v}$ **b)** $-3\vec{u}$ **c)** $-5\vec{u}+2\vec{v}$

Exercice 4

Réactivation 4

$\overrightarrow{AB}=\overrightarrow{CD}$ $\Leftrightarrow$ ABDC est un parallélogramme $\Leftrightarrow$ [AD] et [BC] se coupent en leur milieu.

Réactivation 5

Relation de Chasles: Soient A, B et C trois points quelconques du plan: $\overrightarrow{AB}=\overrightarrow{AC}+\overrightarrow{CB}$.

4 Utiliser la relation de Chasles

ABCD est un parallélogramme.
Démontrer que $\overrightarrow{DA}+\overrightarrow{BA}=\overrightarrow{CA}$.

Exercice 5

Réactivation 6

Deux vecteurs $\vec{u}$ et $\vec{v}$ non nuls sont colinéaires si et seulement si il existe un réel λ non nul tel que $\vec{u} = \lambda\vec{v}$. Autrement dit, deux vecteurs colinéaires ont même direction, mais pas nécessairemet même norme et même sens.

$$\vec{u}(x,y) \text{ et } \vec{v}(x',y') \text{ colinéaires } \Leftrightarrow xy' - x'y = 0$$

5 Établir que des vecteurs sont colinéaires

Dans un repère, on donne les coordonnées de deux vecteurs $\vec{u}$ et $\vec{v}$.

Dans chaque cas, dire si les vecteurs sont colinéaires ou non.

a) $\vec{u}(-2\,;\,3)$ et $\vec{v}(6\,;\,-9)$ **b)** $\vec{u}(-1\,;\,2)$ et $\vec{v}\left(-\frac{1}{2}\,;\,-1\right)$ **c)** $\vec{u}\left(-\frac{2}{3}\,;\,\frac{1}{3}\right)$ et $\vec{v}\left(-1\,;\,\frac{1}{2}\right)$

Exercice 6

Réactivation 7

Trois points A, B et C sont alignés si et seulement si $\overrightarrow{AB}$ et $\overrightarrow{AC}$ sont colinéaires.

Réactivation 8

(AB) et (CD) sont deux droites parallèles si et seulement si $\overrightarrow{AB}$ et $\overrightarrow{CD}$ sont colinéaires.

6 Démontrer l'alignement et le parallélisme

Dans un repère, on donne les points $A(0\,;\,3)$, $B(-2\,;\,4)$, $C(8\,;\,-1)$, $D(4\,;\,-3)$ et $E\left(5\,;\,-\frac{7}{2}\right)$.

a) Démontrer que les points A, B et C sont alignés.

b) Démontrer que les droites (AB) et (DE) sont parallèles.

Exercice 7

Réactivation 9

L'équation réduite d'une droite (AB) s'écrit sous la forme y = mx + p (lorsque $x_A \neq x_B$).

Le coefficient m est appelé pente de la droite: $m = \frac{y_A - y_B}{x_A - x_B}$.

L'ordonnée à l'origine p s'obtient en traduisant l'appartenance du point A ou du point B à la droite (AB) comme ci-après:

Exemple: $A(x_A ; y_A) \in (AB) / y = mx + p \Leftrightarrow y_A = mx_A + p$.

7 Déterminer une équation de droite

Dans un repère, déterminer une équation de chacune des droites.

a) La droite d_1 a pour coefficient directeur $-\frac{2}{3}$ et pour ordonnée à l'origine 2.

b) La droite (AB) passe par les points $A(-4 ; -3)$ et $B(3 ; -2)$.

c) La droite d_2 passe par le point $C(-1 ; 2)$ et est parallèle à d_1.