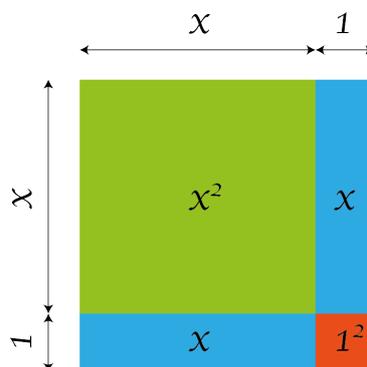


Comment calculer $(x + 1)^2 - (x - 1)^2$?

Méthode 1

Construisons un carré de côté $x + 1$, comme ci-dessous.

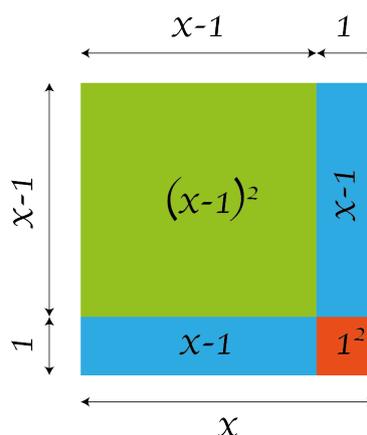


D'après la figure, l'aire du carré de côté $x + 1$ est $(x + 1)^2$.

Or, l'aire du grand carré est la somme des aires des régions colorées en vert, bleu et orange.

$$\text{Donc : } (x + 1)^2 = x^2 + 2x + 1.$$

Construisons un carré de côté x , comme ci-dessous.



D'après la figure, l'aire du carré de côté x est x^2 .

Or, l'aire du grand carré est la somme des aires des régions colorées en vert, bleu et orange.

$$\text{Donc : } x^2 = (x - 1)^2 + 2(x - 1) + 1.$$

$$\text{D'où : } x^2 = (x - 1)^2 + 2x - 2 + 1$$

$$\text{Donc : } x^2 = (x - 1)^2 + 2x - 1$$

$$\text{Enfin : } (x - 1)^2 = x^2 - 2x + 1$$

On a par conséquent :

$$(x + 1)^2 - (x - 1)^2 = x^2 + 2x + 1 - (x^2 - 2x + 1)$$

D'où :

$$(x + 1)^2 - (x - 1)^2 = x^2 + 2x + 1 - x^2 + 2x - 1 = 4x$$

Conclusion

$$(x + 1)^2 - (x - 1)^2 = 4x$$

Méthode 2

Cours - Deux identités remarquables

Le développement des expressions $(a + b)^2$ et $(a - b)^2$ est donné par les deux formules ci-dessous. Ces égalités sont appelées des identités remarquables.

$$(a + b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$$

et

$$(a - b)^2 = a^2 - 2ab + b^2$$

On a : $(x + 1)^2 - (x - 1)^2 = x^2 + 2x(1) + 1^2 - (x^2 - 2x(1) + 1^2)$

Donc : $(x + 1)^2 - (x - 1)^2 = x^2 + 2x + 1 - (x^2 - 2x + 1)$

D'où :

$$(x + 1)^2 - (x - 1)^2 = x^2 + 2x + 1 - x^2 + 2x - 1 = 4x$$

Méthode 3

Cours - une troisième identité remarquable

Le développement de l'expressions $(a - b)(a + b)$ est donné par la formule ci-dessous. Cette égalité est appelée identité remarquable.

$$a^2 - b^2 = (a - b)(a + b)$$

On a : $\left(\frac{x+1}{a}\right)^2 - \left(\frac{x-1}{b}\right)^2 = \left[\frac{x+1}{a} + \frac{x-1}{b}\right] \left[\frac{x+1}{a} - \frac{x-1}{b}\right]$

Donc : $(x + 1)^2 - (x - 1)^2 = [2x][x + 1 - x + 1]$

D'où :

$$(x + 1)^2 - (x - 1)^2 = [2x][2] = 4x$$