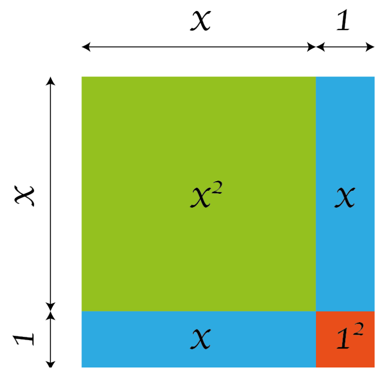
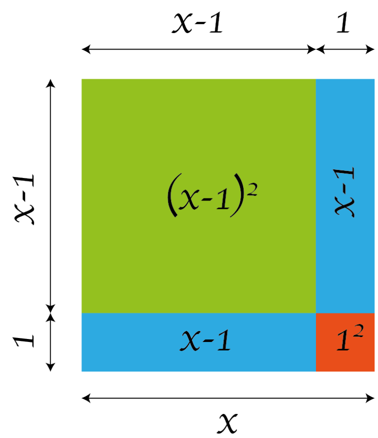
Comment calculer $(x+1)^2 - (x-1)^2$?

Méthode 1
Construisons un carré de côté $x+1$, comme ci-dessous.



D'après la figure, l'aire du carré de côté $x+1$ est $(x+1)^2$.
Or, l'aire du grand carré est la somme des aires des régions colorées en vert, bleu et orange.
Donc : $(x+1)^2 = x^2 + 2x + 1$.

Construisons un carré de côté x, comme ci-dessous.



D'après la figure, l'aire du carré de côté x est x^2.
Or, l'aire du grand carré est la somme des aires des régions colorées en vert, bleu et orange.
Donc : $x^2 = (x-1)^2 + 2(x-1) + 1$.
D'où : $x^2 = (x-1)^2 + 2x - 2 + 1$
Donc : $x^2 = (x-1)^2 + 2x - 1$
Enfin : $(x-1)^2 = x^2 - 2x + 1$

On a par conséquent :
$(x+1)^2 - (x-1)^2 = x^2 + 2x + 1 - (x^2 - 2x + 1)$
D'où :
$(x+1)^2 - (x-1)^2 = x^2 + 2x + 1 - x^2 + 2x - 1 = 4x$

Conclusion

$$(x+1)^2 - (x-1)^2 = 4x$$

Méthode 2

Cours - Deux identités remarquables
Le développement des expressions $(a+b)^2$ et $(a-b)^2$ est donné par les deux formules ci-dessous. Ces égalités sont appelées des identités remarquables.

$$(a+b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$$
et
$$(a-b)^2 = a^2 - 2ab + b^2$$

On a : $(x+1)^2 - (x-1)^2 = x^2 + 2x(1) + 1^2 - (x^2 - 2x(1) + 1^2)$
Donc : $(x+1)^2 - (x-1)^2 = x^2 + 2x + 1 - (x^2 - 2x + 1)$
D'où :
$(x+1)^2 - (x-1)^2 = x^2 + 2x + 1 - x^2 + 2x - 1 = 4x$

Méthode 3

Cours - une troisième identité remarquable
Le développement de l'expressions $(a-b)(a+b)$ est donné par la formule ci-dessous. Cette égalité est appelée identité remarquable.

$$a^2 - b^2 = (a-b)(a+b)$$

On a : $\left(\underbrace{x+1}_{a}\right)^2 - \left(\underbrace{x-1}_{b}\right)^2 = \left[\underbrace{x+1}_{a} + \underbrace{x-1}_{b}\right]\left[\underbrace{x+1}_{a} - (\underbrace{x-1}_{b})\right]$
Donc : $(x+1)^2 - (x-1)^2 = [2x][x + 1 - x + 1]$
D'où :
$(x+1)^2 - (x-1)^2 = [2x][2] = 4x$

Elle est pas belle la vie ?