Nombres entiers et décimaux

Ensemble $\mathbb{N}$

L'ensemble $\mathbb{N}$ est l'ensemble des nombres entiers naturels, c'est-à-dire des nombres avec lesquels nous sommes habitués le plus naturellement du monde à dénombrer les objets ou individus.

On écrira en particulier : $\mathbb{N} = \{0\ ;\ 1\ ;\ 2\ ;\ 3\ ;\ 4\ ;\ \dots\}$. Cette écriture définit $\mathbb{N}$ en extension.

Un ensemble étant une collection d'éléments, l'ensemble $\mathbb{N}$ n'est pas ordonné, c'est-à-dire que l'on peut écrire en extension : $\mathbb{N} = \{36\ ;\ 7\ ;\ 1\ ;\ 5\ ;\ 3\ ;\ 123\ ;\ \dots\}$.

L'ensemble $\mathbb{N}$ contient un nombre infini d'éléments. Son cardinal noté $\mathrm{card}(\mathbb{N})$ ou $|\mathbb{N}|$ est infini.

Appartenance $\in$

Tout entier naturel appartient à l'ensemble des entiers naturels $\mathbb{N}$.

Exemple : $0 \in \mathbb{N}$; on lit "zéro appartient à l'ensemble $\mathbb{N}$ ou est un entier naturel".

$1 \in \mathbb{N}$; on lit "un appartient à l'ensemble $\mathbb{N}$".

$2 \in \mathbb{N}$; on lit "deux appartient à l'ensemble $\mathbb{N}$".

Non appartenance $\notin$

Le symbole mathématique $\notin$ se lit "n'appartient pas à"

Exemple : $0{,}1 \notin \mathbb{N}$; on lit "0,1 n'appartient pas à l'ensemble $\mathbb{N}$ ou n'est pas un entier naturel".

$-1 \notin \mathbb{N}$; on lit "-1 n'appartient pas à l'ensemble $\mathbb{N}$".

$\frac{1}{3} \notin \mathbb{N}$; on lit "$\frac{1}{3}$ n'appartient pas à l'ensemble $\mathbb{N}$".

Inclusion $\subset$

Le symbole mathématique $\subset$ se lit "est inclus dans".

Exemple : Soit $E = \{2\ ;\ 3\ ;\ 4\}$.

L'ensemble E est inclus dans $\mathbb{N}$. On note : $E \subset \mathbb{N}$.

Ici, E est un ensemble fini. On note : $\mathrm{card}(E) = 3$ ou $|E| = 3$ car E contient 3 éléments.

Non inclusion $\not\subset$

Le symbole mathématique $\not\subset$ se lit "n'est pas inclus dans".

Exemple : Soit $E = \{2\ ;\ 3\ ;\ 4\}$.

L'ensemble $\mathbb{N}$ n'est pas inclus dans $\mathbb{N}$. On note : $\mathbb{N} \not\subset E$.

Ensemble $\mathbb{Z}$

L'ensemble $\mathbb{Z}$ est l'ensemble des nombres entiers relatifs, un nombre entier relatif étant défini par :

– une distance à zéro (nombre entier naturel), et

– un signe (+ ou -).

On écrira en particulier : $\mathbb{Z} = \{\ldots ; -3 ; -2 ; -1 ; 0 ; 1 ; 2 ; 3 ; 4 ; \ldots\}$. Cette écriture définit $\mathbb{Z}$ en extension.

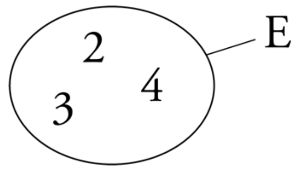
L'ensemble $\mathbb{Z}$ contient un nombre infini d'éléments.

L'ensemble $\mathbb{N}$ est inclus dans l'ensemble $\mathbb{Z}$. On note : $\mathbb{N} \subset \mathbb{Z}$.

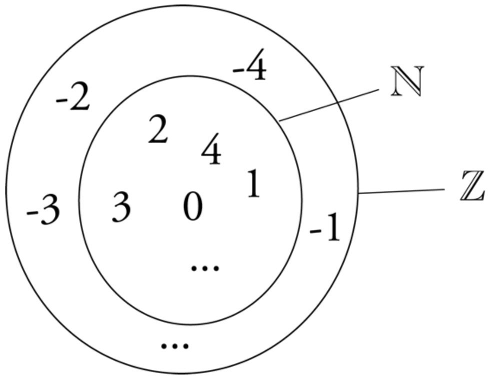
Tout nombre entier naturel est un nombre entier relatif. par exemple : $0 \in \mathbb{N}$, donc : $0 \in \mathbb{Z}$.

$1 \in \mathbb{N}$, donc : $1 \in \mathbb{Z}$.

Un ensemble peut être représenté par une représentation d'EULER-VENN. Ainsi, l'ensemble E tel que $E = \{2 ; 3 ; 4\}$ peut être représenté comme ci-dessous :



Les ensembles $\mathbb{N}$ et $\mathbb{Z}$ peuvent par conséquent se représenter sous la forme :



Ensemble $\mathbb{D}$

L'ensemble $\mathbb{D}$ est l'ensemble des nombres décimaux, un nombre décimal étant un nombre qui s'écrit en numération décimale avec un nombre fini de chiffres.

Ainsi : 0 est un nombre décimal, 2 est un nombre décimal, 120 est un nombre décimal.

On écrira : $0 \in \mathbb{D}$; $2 \in \mathbb{D}$; $120 \in \mathbb{D}$.

De même : $-1 \in \mathbb{D}$; $-23 \in \mathbb{D}$; $12,324 \in \mathbb{D}$; $-7209,002 \in \mathbb{D}$.

Tous les entiers (naturels et relatifs) sont des nombres décimaux.

On écrit : $\mathbb{N} \subset \mathbb{Z} \subset \mathbb{D}$.