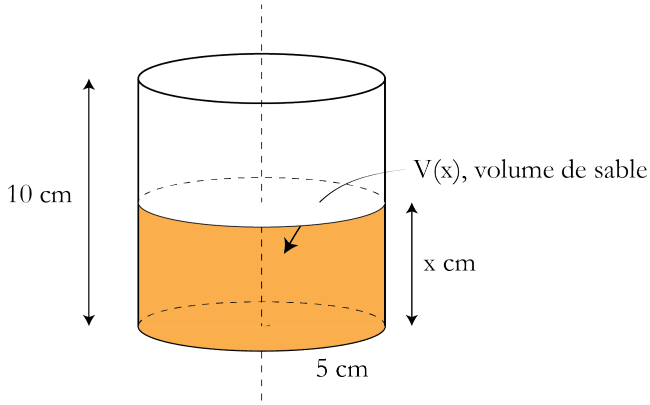
Fonction affine

On considère un cylindre de rayon 5 cm et de hauteur 10 cm. On remplit le cylindre de sable sur une hauteur de x cm. On note V(x) le volume de sable contenu dans le cylindre.

1. Traduisons l'énoncé par une figure.



2. Exprimons V(x) en fonction de x.

   On a très simplement $V(x) = B \times h = \pi \times 5^2 \times x = 25\pi x$ (en cm³).

   Les valeurs que peut prendre la variable x sont toutes celles comprises entre 0 et 10 cm. On écrit : x ∈ [0 ; 10] (x appartient à l'intervalle fermé 0, 10).

3. Calculons V(4).

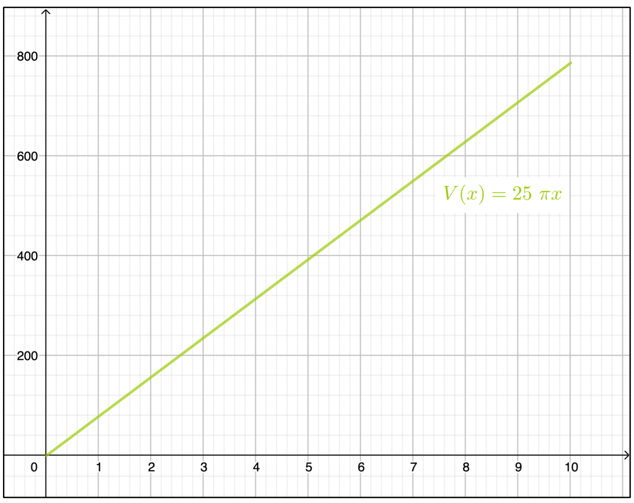
   $V(x) = 25\pi(4) = 100\pi \approx 314\ cm^3$

4. Calculons le volume maximal de sable contenu dans le cylindre.

   Le volume maximal de sable est égal à : $25\pi(10) = 250\pi\ cm^3$.

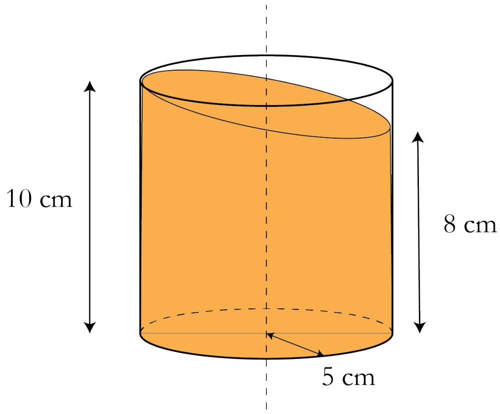
   La valeur de x pour laquelle ce volume est obtenu est 10.

5. Représentation graphique de la fonction linéaire V qui associe à la hauteur x (en cm) de sable le volume V(x) de sable contenu dans le cylindre.

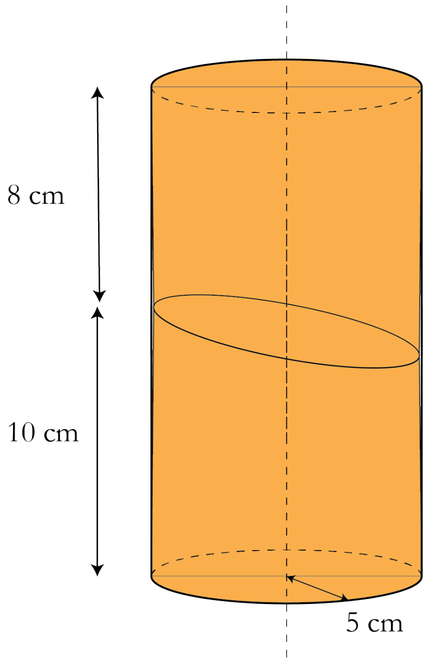


6. Voir maquette du cylindre à l'échelle 1:2 jointe en annexe.

7. Thomas a incliné le cylindre et le sable humide qui était contenu dans le cylindre est resté figé comme représenté sur la figure ci-dessous.



Déterminons le volume de sable contenu dans le cylindre.
Si l'on superpose un volume de sable identique au volume représenté ci-dessus, nous obtenons le volume d'un cylindre de rayon 5 cm et de hauteur 10 cm + 8 cm, c'est-à-dire 18 cm.



Le volume de sable figé dans le cylindre est donc la moitié du volume du cylindre rempli comme ci-dessus, soit : $\frac{1}{2}V(18) = \frac{1}{2}25\pi(19) = 9 \times 25\pi = 225\pi$ (en cm^3)