EXERCICE : Fonction affine

Soit f la fonction définie sur l'ensemble des réels ℝ par $f(x) = -\frac{2}{3}x + \frac{3}{2}$.

1. La fonction f est une fonction affine car f(x) = ax + b avec a = $-\frac{2}{3}$ et b = $\frac{3}{2}$.

2. L'écriture $f(x) = -\frac{2}{3}x + \frac{3}{2}$ est la définition explicite de la fonction f.

3. Déterminons les valeurs exactes de f(-3), f(-1), f(1/2), f(1) et f(3).

$$f(-3) = -\frac{2}{3}(-3) + \frac{3}{2} = 2 + \frac{3}{2} = \frac{4}{2} + \frac{3}{2} = \frac{7}{2}$$

$$f(-1) = -\frac{2}{3}(-1) + \frac{3}{2} = \frac{2}{3} + \frac{3}{2} = \frac{4}{6} + \frac{9}{6} = \frac{13}{6}$$

$$f\left(\frac{1}{2}\right) = -\frac{2}{3}\left(\frac{1}{2}\right) + \frac{3}{2} = -\frac{1}{3} + \frac{3}{2} = -\frac{2}{6} + \frac{9}{6} = \frac{7}{6}$$

$$f(1) = -\frac{2}{3}(1) + \frac{3}{2} = -\frac{2}{3} + \frac{3}{2} = -\frac{4}{6} + \frac{9}{6} = \frac{5}{6}$$

$$f(3) = -\frac{2}{3}(3) + \frac{3}{2} = -2 + \frac{3}{2} = -\frac{4}{2} + \frac{3}{2} = -\frac{1}{2}$$

4. Tableau de valeurs de la fonction f sur [0 ; 3] (valeurs arrondies au centième).

x	0	0,5	1	1,5	2	2,5	3
f(x)	1,5	1,17	0,83	0,5	0,17	-0,5	-0,5

5. Déterminons l'antécédent du nombre 0 par la fonction f.

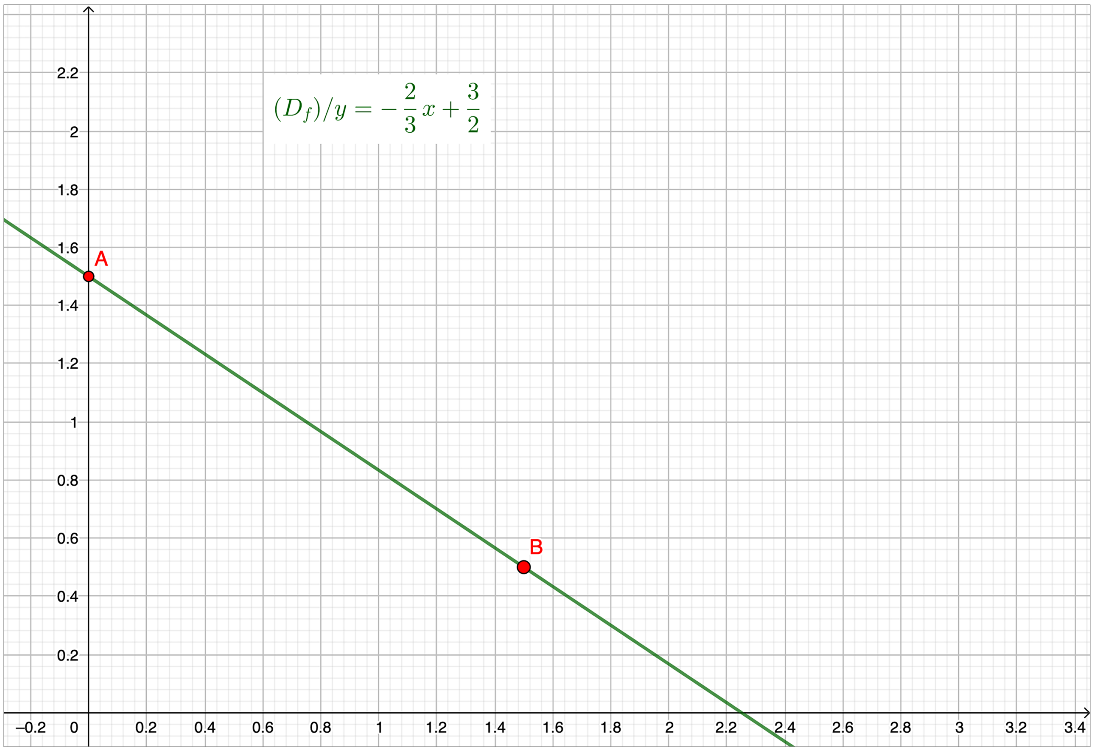
Déterminons x tel que f(x) = 0.

$$f(x) = 0 \Leftrightarrow -\frac{2}{3}x + \frac{3}{2} = 0 \overset{\times 6}{\overbrace{\Leftrightarrow}} -4x + 9 = 0 \Leftrightarrow 4x = 9 \Leftrightarrow x = \frac{9}{4}.$$

En résultat, l'antécédent de 0 par la fonction f est $\frac{9}{4}$.

6. La courbe (D_f) représentative de la fonction f est une droite d'équation y= $-\frac{2}{3}x + \frac{3}{2}$.

7. Représentation graphique de la fonction f.



8. Tableau de variation de la fonction f.

x	9/4
f(x)	↘ 0 ↘

9. Tableau de signe de f(x).

x	9/4
f(x)	+ 0 -

10. Démontrons que la fonction f est décroissante sur l'ensemble des réels.

Soient deux réels x_1 et x_2 tels que $x_1 \leq x_2$, c'est-à-dire $x_2 - x_1 \geq 0$.

Déterminons le signe de l'expression $f(x_1) - f(x_2)$.

$f(x_1) - f(x_2) = = -\frac{2}{3}x_1 + \frac{3}{2} - \left(-\frac{2}{3}x_2 + \frac{3}{2}\right) = -\frac{2}{3}x_1 + \frac{2}{3}x_2 = \frac{2}{3}(x_2 - x_1) \geq 0$

car $x_2 - x_1 \geq 0$ par hypothèse.

D'où : $f(x_1) \geq f(x_2)$.

Autrement dit : $x_1 \leq x_2$ implique $f(x_1) \geq f(x_2)$. La fonction f change l'ordre sur l'ensemble des réels. Elle est donc <u>décroissante</u> sur cet ensemble.

11. Pour la construction à l'aide de GeoGebra de la droite d'équation $y = -\frac{2}{3}x + \frac{3}{2}$, voir sur pop.