Approfondissement - Fonctions affines
correction

Démonstration du cours

Soit (D) la droite d'équation réduite y = mx + p et A(x_A ; y_A) et B(x_B ; y_B) deux points de la droite.

Démontrons que : m = $\frac{y_B - y_A}{x_B - x_A}$.

A(x_A ; y_A) ∈ (D)/y = mx + p, donc : $y_A = mx_A + p$ (1)

B(x_B ; y_B) ∈ (D)/y = mx + p, donc : $y_B = mx_B + p$ (2)

En soustrayant les termes situés à gauche dans les égalités (1) et (2), on obtient :

$y_B - y_A = mx_B + p - (mx_A + p)$

D'où : $y_B - y_A = mx_B + p - mx_A - p$

C'est-à-dire : $y_B - y_A = mx_B - mx_A$

Donc : $y_B - y_A = m(x_B - x_A)$

En résultat : m = $\frac{y_B - y_A}{x_B - x_A}$

Savoir-faire

Soit f la fonction affine vérifiant f(-2) = -1 et f(4) = 11.

f étant une fonction affine, on peut écrire que : f(x) = mx + p, par exemple.

1. Déterminons f(x) par détermination des solutions d'un système de deux équations linéaires à deux inconnues par la méthode de résolution par substitution.

   Par hypothèse, on a :

   f(-2) = -1 ⇔ m(-2) + p = -1 ⇔ -2m + p = -1 (1)

   f(4) = 11 ⇔ m(4) + p = 11 ⇔ 4m + p = 11 (2)

   (2) ⇒ p = 11 - 4m (3)

   En substituant 11 - 4m à p dans l'expression (1), on obtient : -2m + (11 - 4m) = -1 , ce qui donne :

   -2m + 11 - 4m = -1, d'où : -6m + 11 = -1.

   Ainsi : -6m = -12. Et : <u>m = 2</u>

   En substituant 2 à m dans l'expression (3), on obtient : p = 11 - 4(2) = 11 - 8 = 3.

   En résultat : m = 2, p = 3 et <u>f(x) = 2x + 3</u>.

2. Déterminons f(x) par détermination des solutions d'un système de deux équations linéaires à deux inconnues par la méthode de résolution par combinaison.

   Par hypothèse, on a :

   f(-2) = -1 ⇔ m(-2) + p = -1 ⇔ -2m + p = -1 (1)

   f(4) = 11 ⇔ m(4) + p = 11 ⇔ 4m + p = 11 (2)

   En combinant linéairement les égalités (1) et (2) par une simple soustraction du terme situé à gauche dans l'égalité (2) du terme situé à gauche dans l'égalité (1), il vient :

   $$4m + p - (-2m + p)= 11 - (-1)$$

   D'où : 4m + p + 2m - p = 11 + 1

   Ainsi : 6m = 12, d'où : $m = \frac{12}{6} = 2$.

   En remplaçant m par 2 dans l'égalité (1) ou (2), on trouve p.

   D'après l'égalité (1), on a : -2(2) + p = -1, donc : -4 + p = -1.

   Ainsi : p = -1 + 4 = 3.

   En résultat : <u>f(x) = 2x + 3</u>.

3. Déterminons f(x) par détermination directe du coefficient de la fonction affine, puis calculons l'ordonnée à l'origine.

   Par hypothèse, on a : f(x) = mx + p.

   f(-2) = -1

   f(4) = 11

   <u>Déterminons m</u>

   On sait que : m = $\frac{y_B - y_A}{x_B - x_A}$ (démontré ci-avant) où A et B sont deux points de la droite (D_f) représentant la fonction affine f.

   D'après les hypothèses, A(-2 ; $\underbrace{-1}_{f(-2)}$) et B(4 ; $\underbrace{11}_{f(4)}$) sont deux points de la droite (D_f).

   Donc : m = $\frac{11-(-1)}{4-(-2)} = \frac{12}{6} = 2$.

   <u>Déterminons p</u>

   On sait par exemple que f(4) = 11.

   Donc: 2(4) + p = 11, d'où : 8 + p = 11.

   Ainsi : p = 11 - 8 = 3.

   Conclusion : <u>f(x) = 2x + 3</u>.

4. Tableau de variation de f

x	-∞	+∞
2x + 3	↗	

Tableau de signe de f(x).

x	-∞	-3/2	+∞
2x + 3	-	0	+