EXERCICE

On considère la fonction f définie par $f(x) = x^2 - 6x + 5$. [Forme développée].

1. La fonction f est une fonction polynôme de degré 2 car elle est définie par une expression de la forme $f(x) = ax^2 + bx + c$ avec $a = 1$, $b = -6$ et $c = 5$.

2. Calculons f(0).

   On a : $f(0) = 5$ (Ordonnée à l'origine).

   Le point A de coordonnées (0 ; 5) appartient à la parabole représentative de la fonction f.

3. Démontrons que $f(x) = (x - 1)(x - 5)$. [Forme factorisée].

   $(x - 1)(x - 5) = x^2 - 5x - x + 5 = x^2 - 6x + 5 = f(x)$.

4. Calculons f(1) et f(5).

   $f(1) = (1 - 1)(1 - 5) = 0 \times (-4) = 0$.

   $f(5) = (5 - 1)(5 - 5) = (4) \times 0 = 0$.

   Donc les points B(1 ; 0) et C(5 ; 0) appartiennent à la parabole représentative de la fonction f.

5. Démontrons que $f(x) = (x - 3)^2 - 4$ [Forme canonique].

   $(x - 3)^2 - 4 = [x^2 - 2(x)(3) + 3^2] - 4 = [x^2 - 6x + 9] - 4 = x^2 - 6x + 5 = f(x)$.

6. Calculons f(3).

   $f(x) = (x - 3)^2 - 4$, donc : $f(3) = (3 - 3)^2 - 4 = (0)^2 - 4 = -4$.

7. Étudions le signe de $f(x) - f(3)$.

   $f(x) - f(3) = (x - 3)^2 - 4 - (-4) = (x - 3)^2 \geq 0$

   Donc : $f(x) \geq f(3) = -4$, valeur minimale de f(x).

   -4 est le minimum de la fonction f. Il est atteint pour $x = 3$.

   Le sommet S de la courbe représentant la fonction f a pour coordonnées (3 ; -4).

8. Tableau de valeurs de la fonction f

	A	B	D	S	E	C
x	0	1	2	3	4	5
f(x)	5	0	-3	-4	-3	0

9. Parabole représentative de la fonction f.