

**Exercice 1**

$$(x + 1)^2 = x^2 + 2(x)(1) + 1^2 = x^2 + 2x + 1$$

$$(h + 3)^2 = (h)^2 + 2(h)(3) + 3^2 = h^2 + 6h + 9$$

$$(2x + 1)^2 = (2x)^2 + 2(2x) + 1^2 = 4x^2 + 4x + 1$$

$$(3x - 2)^2 = (3x)^2 - 2(3x)(2) + (2)^2 = 9x^2 - 12x + 4$$

$$(2x - 5)^2 = (2x)^2 - 2(2x)(5) + (5)^2 = 4x^2 - 20x + 25$$

$$(h - 4)^2 = (h)^2 - 2(h)(4) + 4^2 = h^2 - 8h + 16$$

$$(x - 1)(x + 1) = x^2 - 1$$

$$(h + 3)(h - 3) = h^2 - 3^2 = h^2 - 9$$

**Exercice 2**

$$x^2 + 2x + 1 = (x + 1)^2$$

$$x^2 - 6x + 9 = x^2 - 2(x)(3) + 3^2 = (x - 3)^2$$

$$4x^2 - 4x + 1 = (2x)^2 - 2(2x)(1) + 1^2 = (2x - 1)^2$$

$$25x^2 + 10x + 1 = (5x)^2 + 2(5x)(1) + 1^2 = (5x + 1)^2$$

$$x^2 - 1 = (x - 1)(x + 1)$$

$$4x^2 - 9 = (2x)^2 - 3^2 = (2x - 3)(2x + 3)$$

$$(h + 3)^2 - 9 = (h + 3)^2 - 3^2 = [(h + 3) - 3][(h + 3) + 3] = h(h + 6)$$

$$(h + 2)^2 - 4 = (h + 2)^2 - 2^2 = [(h + 2) - 2][(h + 2) + 2] = h(h + 4)$$

**Exercice 3**

$$(x + 2)(x + 3) = x^2 + 3x + 2x + 6 = x^2 + 5x + 6$$

$$(x - 1)(x + 2) = x^2 + 2x - x - 2 = x^2 + x - 2$$

$$(x - 2)(x - 1) = x^2 - x - 2x + 2 = x^2 - 3x + 2$$

$$(2x - 1)(x + 1) = 2x^2 + 2x - x - 1 = 2x^2 + x - 1$$

**Exercice 4**

$$(x - 2)^2 - 5 = x^2 - 2(x)(2) + 2^2 - 5 = x^2 - 4x + 4 - 5 = x^2 - 4x - 1$$

$$(x + 1)^2 - 2 = x^2 + 2x + 1 - 2 = x^2 + 2x - 1$$

$$(x - 3)^2 - 4 = x^2 - 2(x)(3) + 3^2 - 4 = x^2 - 6x + 9 - 4 = x^2 - 6x + 5$$

$$(x - 1)^2 + 3 = x^2 - 2(x)(1) + 1^2 + 3 = x^2 - 2x + 1 + 3 = x^2 - 2x + 4$$

### Exercice 5

Écrivons les expressions de la forme  $ax^2 + bx + c$  sous la forme dite canonique  $(x - \alpha)^2 + \beta$   
où  $\alpha = -b/2a$ .

Expression  $x^2 - 2x + 3$  ← Forme développée d'un trinôme du second degré

Déterminons  $\alpha$

Ici,  $a = 1$  et  $b = -2$ , donc :  $\alpha = -(-2)/2(1) = 2/2 = 1$ .

$$x^2 - 2x + 3 = (x - 1)^2 + \beta$$

Déterminons  $\beta$

$$x^2 - 2x + 3 = (x - 1)^2 + \beta \Leftrightarrow x^2 - 2x + 3 = x^2 - 2x + 1 + \beta$$

Donc :  $1 + \beta = 3$ , d'où :  $\beta = 2$ .

En résultat :  $x^2 - 2x + 3 = (x - 1)^2 + 2$  ← Forme canonique

### Exercice 6

Soit  $f(x) = x^2 - 8x + 4$ . Déterminons la forme canonique de  $f(x)$ .

$$f(x) = x^2 - 8x + 4 = (x - \alpha)^2 + \beta \text{ avec } \alpha = -b/2a \text{ et } \beta = f(\alpha).$$

Ici, on a :  $a = 1$  et  $b = -8$ , donc :  $\alpha = -(-8)/2(1) = 4$ .

$$\text{Et : } \beta = f(\alpha) = (4)^2 - 8(4) + 4 = 16 - 32 + 4 = -12.$$

D'où :  $f(x) = (x - 4)^2 - 12$  ← Forme canonique

### Exercice 7

Déterminons la forme canonique de l'expression ou de la fonction définie.

$$\text{Posons } f(x) = x^2 - 5x + 5.$$

L'expression canonique de  $f(x)$  est :  $(x - \alpha)^2 + \beta$  avec  $\alpha = -b/2a$  et  $\beta = f(\alpha)$ .

Déterminons  $\alpha$

On a :  $a = 1$  et  $b = -5$ . Donc :  $\alpha = -(-5)/2(1) = 5/2$ .

Déterminons  $\beta$ .

$$\beta = f(5/2) = (5/2)^2 - 5(5/2) + 5 = 25/4 - 25/2 + 5 = -25/4 + 20/4 = -5/4.$$

En résultat :  $f(x) = (x - \frac{5}{2})^2 - \frac{5}{4}$

### Exercice 8

La forme canonique d'une expression de la forme  $ax^2 + bx + c$  est :  $a(x - \alpha)^2 + \beta$  où  $\alpha = -b/2a$ .

Dans chaque cas, déterminer  $\alpha$  et  $\beta$ , puis donner la forme canonique de l'expression considérée.

$$2x^2 - 8x + 6 = a(x - \alpha)^2 + \beta \text{ où } \alpha = -b/2a.$$

Déterminons  $\alpha$ .

$$\text{On a : } a = 2 \text{ et } b = -8, \text{ donc : } \alpha = -b/2a = -(-8)/2(2) = 8/4 = 2.$$

Déterminons  $\beta$

$$2x^2 - 8x + 6 = a(x - \alpha)^2 + \beta \text{ avec } a = 2 \text{ et } \alpha = 2.$$

$$\text{Donc : } 2x^2 - 8x + 6 = 2(x - 2)^2 + \beta \quad (1)$$

$$(1) \Leftrightarrow 2x^2 - 8x + 6 = 2(x^2 - 2(x)(2) + 2^2) + \beta \Leftrightarrow 2x^2 - 8x + 6 = 2(x^2 - 4x + 4) + \beta$$

$$\Leftrightarrow 2x^2 - 8x + 6 = 2x^2 - 8x + 8 + \beta \Leftrightarrow 6 = 8 + \beta \Leftrightarrow 6 - 8 = \beta \Leftrightarrow \beta = -2.$$

$$\text{Conclusion : } 2x^2 - 8x + 6 = 2(x - 2)^2 - 2$$

### Remarque

Savoir déterminer la forme canonique  $a(x - \alpha)^2 + \beta$  d'un trinôme du second degré  $ax^2 + bx + c$  ne sera exigible qu'en première spécialité et ne l'est pas en classe de seconde. Les exercices qui vous ont été proposés ne l'ont été qu'à titre d'entraînement au raisonnement et au calcul littéral.