Correction de l'évaluation du 23 septembre 2020

Cours

Soient $A(x_A ; y_A)$ et $B(x_B ; y_B)$ deux points du plan rapporté à un repère orthonormé.

1. On a $AB = \sqrt{(x_B - x_A)^2 + (y_B - y_A)^2}$.

2. Les coordonnées $(x_I ; y_I)$ du milieu I du segment [AB] sont $\left(\frac{x_A+x_B}{2} ; \frac{y_A+y_B}{2}\right)$.

3. La pente m de la droite (AB) est égale à $\frac{y_B-y_A}{x_B-x_A}$.

Application

Le plan est rapporté à un repère orthonormé (O ; I, J).

1. D'après la figure, l'ordonnée du point A est 0.

2. L'abscisse du point C est - 1.

3. Les points B et D ont pour coordonnées respectives (-4 ; 4) et (8 ; -1).

4. Calculons BD.

$$BD = \sqrt{(x_D - x_B)^2 + (y_D - y_B)^2} = \sqrt{\left(8 - (-4)\right)^2 + (-1 - 4)^2} = \sqrt{(12)^2 + (-5)^2} = \sqrt{169}$$

Donc : BD = 13.

5. Calculons BC avec B(-4 ; 4) et C(-1 ; 3).

$$BC = \sqrt{(x_C - x_B)^2 + (y_C - y_B)^2} = \sqrt{\left(-1 - (-4)\right)^2 + (3 - 4)^2} = \sqrt{(3)^2 + (-1)^2} = \sqrt{10}$$

6. Pour les points G(6 ; -8) et H(5 ; 1), voir figure.

7. Les coordonnées du milieu I du segment [BG] sont $\left(\frac{x_B+x_G}{2} ; \frac{y_B+y_G}{2}\right)$, c.-à-d. $\left(\frac{-4+6}{2} ; \frac{4+(-8)}{2}\right)$.

I a donc pour coordonnées $\left(\frac{2}{2} ; \frac{-4}{2}\right)$, c.-à-d. $(1 ; -2)$

(Voir figure pour le point I)

8. Démontrons que $BH = 3\sqrt{10}$ et $CH = 2\sqrt{10}$.

$BH = \sqrt{(x_H - x_B)^2 + (y_H - y_B)^2} = \sqrt{\left(5-(-4)\right)^2 + (1-4)^2} = \sqrt{(9)^2 + (-3)^2} = \sqrt{90}$

$BH = \sqrt{9 \times 10} = \sqrt{9} \times \sqrt{10} = 3\sqrt{10}$ cqfd

$CH = \sqrt{(x_H - x_{BC})^2 + (y_H - y_C)^2} = \sqrt{\left(5-(-1)\right)^2 + (1-3)^2} = \sqrt{(6)^2 + (-2)^2} = \sqrt{36+4}$

$CH = \sqrt{40} = \sqrt{4} \times \sqrt{10} = 2\sqrt{10}$ cqfd

9. Démontrons que les points B, C et H sont alignés.

On a : $BH = 3\sqrt{10}$ et $CH = 2\sqrt{10}$.

De plus : $BC = \sqrt{10}$

Donc : $BC + CH = \sqrt{10} + 2\sqrt{10} = 3\sqrt{10} = BH$.

Conclusion : B, C et H sont alignés dans cet ordre car BC + CH = BH.

10. Pour le tracé de la droite (CG), voir figure.

Déterminons la pente m de la droite (CG) avec C(-1 ; 3) et G(6 ; -8).

La pente m de la droite (CG) est égale à $\frac{y_G - y_C}{x_G - x_C} = \frac{-8-3}{6-(-1)} = \frac{-11}{7} = -\frac{11}{7}$.

ANNEXE