

FONCTIONS POLYNÔMES

La forme développée d'une fonction polynôme f est $f(x) = ax^2 + bx + c$.

FORME CANONIQUE

La forme canonique est :

$$f(x) = a(x - \alpha)^2 + \beta$$

avec $\alpha = -\frac{b}{2a}$ et $\beta = f(\alpha)$.

Comment déterminer la forme canonique d'une fonction polynôme ?

Exemple

Soit $f(x) = 2x^2 + 4x - 6$.

La forme canonique est $f(x) = 2(x - \alpha)^2 + \beta$ car $a = 2$.

avec $\alpha = -\frac{b}{2a}$ et $\beta = f(\alpha)$.

Comme $a = 2$, $b = 4$ et $c = -6$, on a : $\alpha = -\frac{b}{2a} = -\frac{4}{2(2)} = -1$.

$\beta = f(\alpha) = f(-1) = 2(-1)^2 + 4(-1) - 6 = 2 - 4 - 6 = -8$

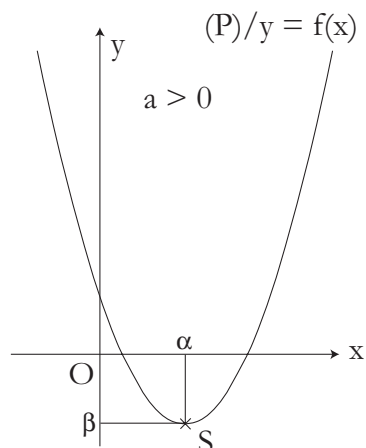
D'où : $f(x) = 2(x + 1)^2 - 8$ ← forme canonique

Ce que nous dit la forme canonique !

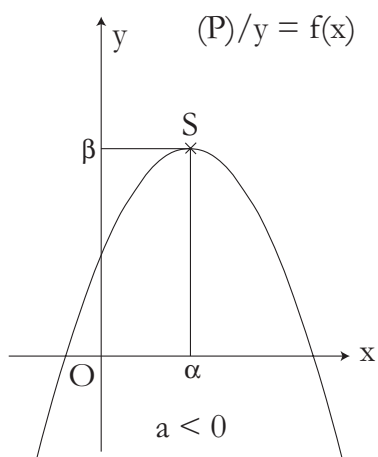
Sommet de la parabole

Le sommet S d'une parabole a pour coordonnées $(\alpha ; \beta)$.

Si $a > 0$, alors la fonction f admet un minimum β pour $x = \alpha$.



Si $a < 0$, alors la fonction f admet un maximum β pour $x = \alpha$.



exercices

Exercice 1

Soit f définie par $f(x) = x^2 - 4x + 7$.

1. Déterminer la forme canonique de $f(x)$.
2. Démontrer que $f(x) \geq 3$.
3. En déduire les coordonnées du sommet de la parabole représentative de f .
4. Représenter schématiquement la parabole.

Exercice 2

Soit f définie par $f(x) = -2x^2 + 4x + 3$.

1. Déterminer la forme canonique de $f(x)$.
2. Démontrer que $f(x) \leq 5$.
3. En déduire les coordonnées du sommet de la parabole représentative de f .
4. Représenter schématiquement la parabole.