Fonctions polynômes de degré 2

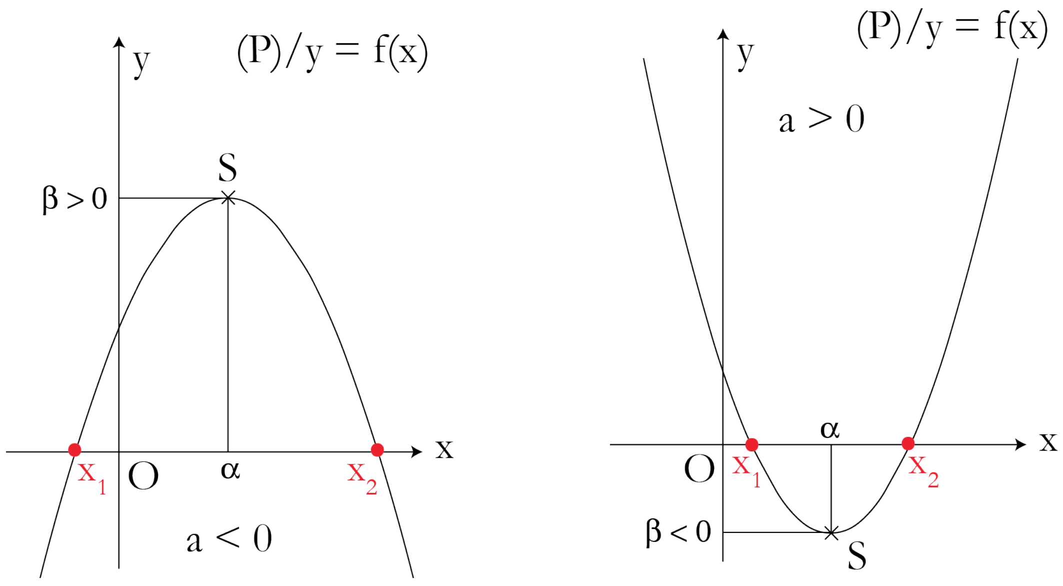
La forme développée d'une fonction polynôme f est $f(x) = ax^2 + bx + c$ et sa forme canonique est $f(x) = a(x - \alpha)^2 + \beta$ avec $\alpha = -\frac{b}{2a}$ et $\beta = f(\alpha)$.

Forme factorisée

Dans certains cas, mais pas toujours, une fonction polynôme de degré 2 admet une forme factorisée qui s'écrit : $f(x) = a(x - x_1)(x - x_2)$ où x_1 et x_2 sont les valeurs qui annulent la fonction. On appelle aussi x_1 et x_2 racines du trinôme du second degré $ax^2 + bx + c$.

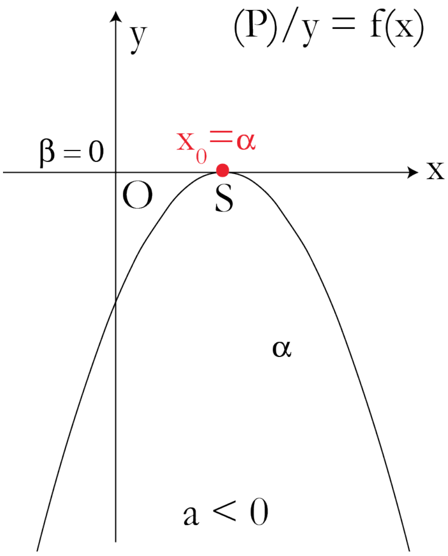
Dans quel cas existe-t-il une forme factorisée ?

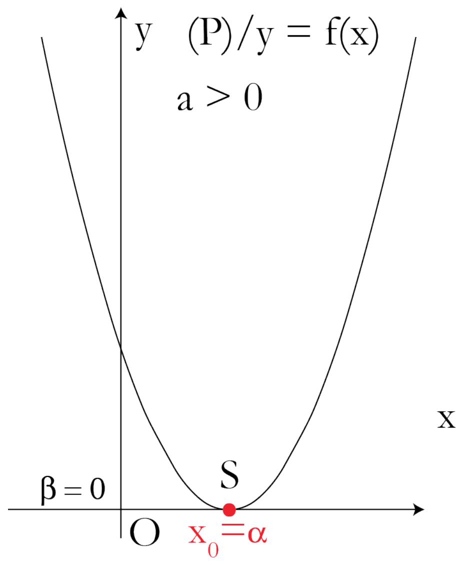
Lorsque la fonction f est représentée par une parabole qui coupe l'axe des abscisses (Ox) en deux points distincts comme sur les figures ci-dessous, l'expression f(x) est dite factorisable : on a $f(x) = a(x - x_1)(x - x_2)$, x_1 et x_2 étant les deux valeurs distinctes qui annulent la fonction f.



La détermination de la forme factorisée d'une fonction polynôme de degré n'est pas au programme en classe de seconde. Toutefois, vous apprendrez en classe de première que, pour savoir s'il existe une forme factorisée, il suffit de calculer ce que l'on appelle le discriminant Δ du trinôme $ax^2 + bx + c$, ce dernier étant donné par : $\Delta = b^2 - 4ac$.
Si $\Delta > 0$, alors $f(x) = a(x - x_1)(x - x_2)$.

Lorsque la fonction f est représentée par une parabole qui coupe l'axe des abscisses (Ox) en un unique point comme sur les figures ci-dessous, on a $f(x) = a(x - x_0)^2$, x_0 étant la valeur qui annule la fonction f.

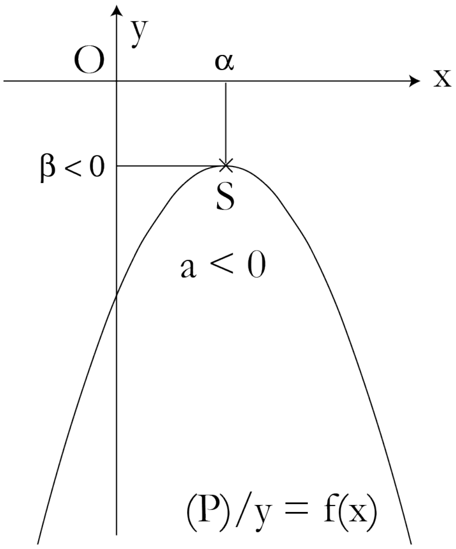


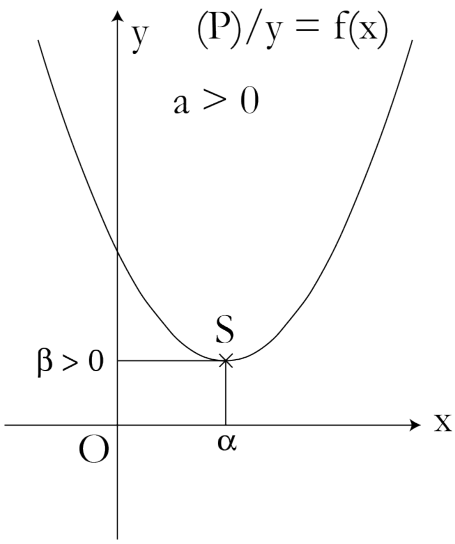


Si Δ = 0, alors f(x) = $a(x - x_0)^2$

Dans quel cas n'existe-t-il pas de forme factorisée ?

Lorsque la fonction f est représentée par une parabole qui ne coupe pas l'axe des abscisses (Ox) comme sur les figures ci-dessous, l'expression donnant f(x) n'est pas factorisable.





Si Δ < 0, alors f(x) n'admet pas de forme factorisée.