

Langage des probabilités

définition 1

Une expérience aléatoire est une expérience, c'est-à-dire quelque chose que nous réalisons, dont nous ignorons le résultat avant de la réaliser.

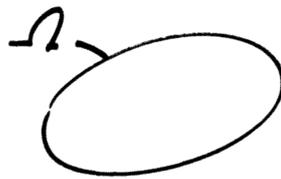
Exemple

Lancer une pièce de monnaie, lancer un dé, laisser tomber un crayon, tirer au hasard une carte parmi un jeu de cartes, tirer au hasard une boule parmi une multitude de boules en mouvement dans une sphère rotative comme au loto sont des expériences aléatoires. Monter pour la toute première fois sur une bicyclette est aussi une expérience aléatoire.

définition 2

L'ensemble de tous les résultats possibles d'une expérience aléatoire est appelé l'univers de l'expérience.

On note Ω (oméga) l'univers d'une expérience aléatoire et $\text{Card } \Omega$ le nombre de résultats possibles (cardinal de oméga).



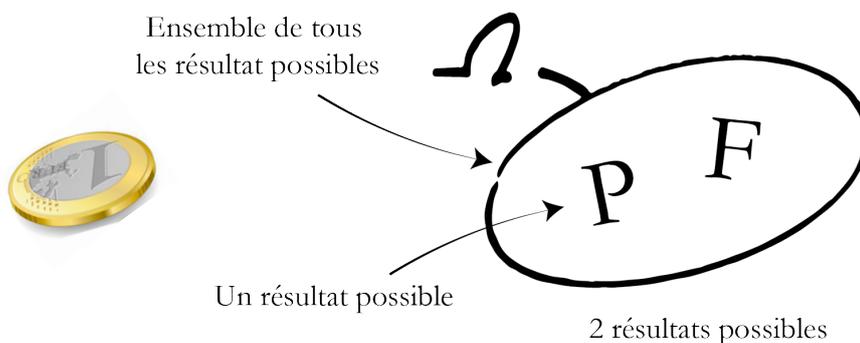
Application

Expérience réalisée : Lancer d'une pièce.

Imaginons que nous lançons une pièce de monnaie et que nous regardions la face visible après que la pièce est retombée.

Les résultats possibles de l'expérience sont PILE et FACE. Ceux-ci sont au nombre de 2.

On note $\text{Card } \Omega = 2$.



La délimitation ou détermination de l'univers d'une expérience aléatoire est importante dans l'appréhension de la situation considérée.

Lorsque je lance ma pièce de monnaie, je sais que je peux obtenir PILE **ou** que je peux obtenir FACE. Je ne peux pas obtenir en même temps PILE et FACE. Toutefois, PILE **et** FACE sont les 2 seuls résultats possibles de l'expérience réalisée. L'usage des conjonctions "ou" et "et" devra se faire correctement dans l'expression écrite au risque d'erreurs.

exercice 1

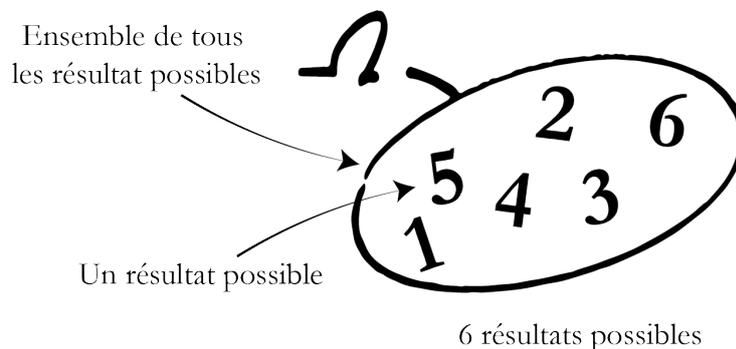
On considère l'expérience aléatoire qui consiste à lancer un dé à six faces (dé hexagonal) et à relever le chiffre lisible. L'expérience réalisée est un lancer de dé.

1. Quels sont tous les résultats possibles de l'expérience ?
2. Représenter l'univers Ω de l'expérience réalisée.
3. Déterminer Card Ω .



Correction

1. Les résultats possibles de l'expérience sont les chiffres 1, 2, 3, 4, 5 et 6.
2. Univers Ω .



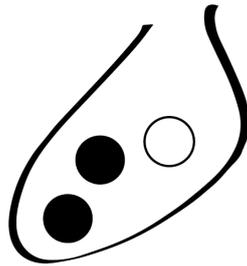
3. On a : Card $\Omega = 6$.

Commentaire

Dans le cadre de l'étude des probabilités, il sera intéressant de s'interroger sur la probabilité que l'on obtienne le résultat 5, par exemple, lorsqu'on lance le dé. Cependant, avant d'aborder ce type de question, il nous sera fondamental de préciser un certain nombre de nouveaux termes et de définir clairement en quoi consiste faire des probabilités.

exercice 2

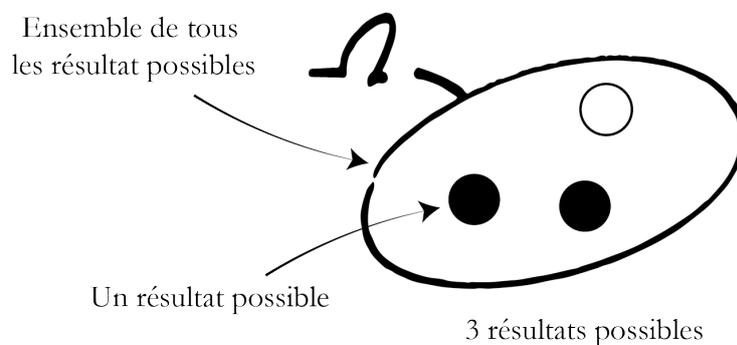
On tire au hasard une boule indiscernable au toucher parmi les trois boules contenues dans l'urne ci-dessous.



1. Quels sont tous les résultats possibles de l'expérience ?
2. Représenter l'univers Ω de l'expérience réalisée.
3. Déterminer $\text{Card } \Omega$.

Correction

1. Les résultats possibles de l'expérience sont la boule blanche, la première boule noire et la deuxième boule noire.
2. Univers Ω .



3. On a : $\text{Card } \Omega = 3$.

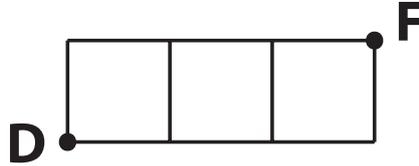
Commentaire

D'une certaine manière, le problème posé est biaisé car on sait qu'il y a trois boules dans l'urne. Lorsqu'on ne connaît pas le contenu de l'urne et que l'on tire au hasard une boule, nous pourrions penser qu'il n'y a que deux résultats possibles, une boule noire et une boule blanche. Pourtant, si l'on réitérait le tirage un grand nombre de fois, nous verrions le noir sortir en moyenne deux fois plus souvent que le blanc. La formulation des hypothèses sera très importante dans la modélisation d'un problème de probabilités.

exercice 3

On parcourt aléatoirement la grille ci-dessous en partant du point D jusqu'au point F. Seuls sont autorisés les déplacements de la gauche vers la droite et du bas vers le haut.

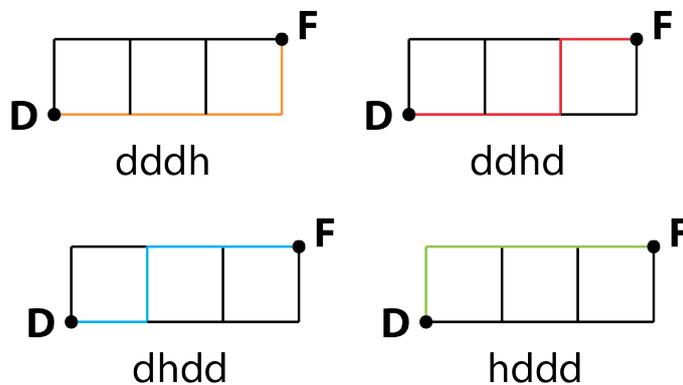
Les chemins possibles pour aller de D à F sont les résultats possibles de cette expérience aléatoire.



1. Quels sont tous les résultats possibles de l'expérience ?
2. Représenter l'univers Ω de l'expérience réalisée.
3. Déterminer $\text{Card } \Omega$.

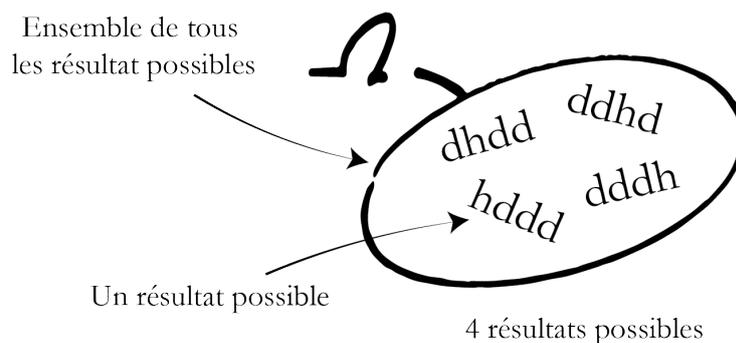
Correction

1. Les résultats possibles de l'expérience sont représentés schématiquement ci-dessous :



2. Univers Ω .

Pour exprimer l'univers de l'expérience, il est possible de coder les chemins suivis.



3. On a : $\text{Card } \Omega = 4$.

exercice 4

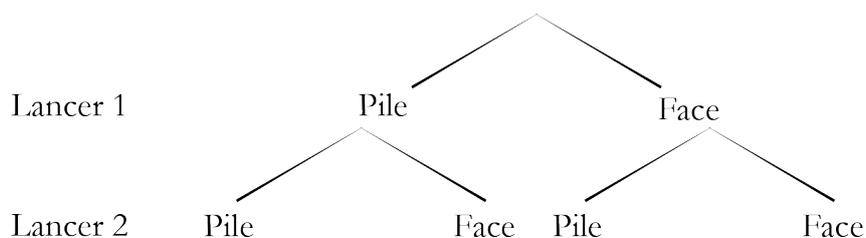
On lance une première fois au hasard une pièce de monnaie, on note le côté visible, puis on relance la pièce et on regarde à nouveau le côté visible.



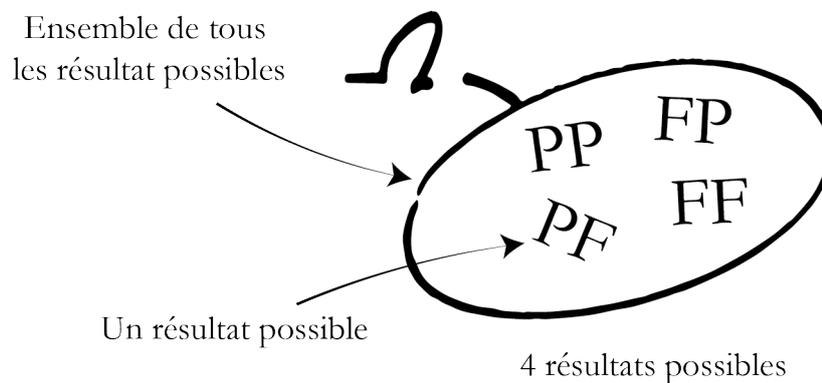
1. Quels sont tous les résultats possibles de l'expérience ?
2. Représenter l'univers Ω de l'expérience réalisée.
3. Déterminer $\text{Card } \Omega$.

Correction

Lorsqu'une expérience aléatoire fait intervenir la répétition d'une action, il est généralement intéressant de schématiser la situation par une arborescence ou représentation arborescente.



1. Les résultats possibles de l'expérience sont : Pile/Pile, Pile/Face, Face/Pile et Face/Face., ce que l'on peut écrire PP, PF, FP et FF, par exemple.
2. Univers Ω de l'expérience réalisée.

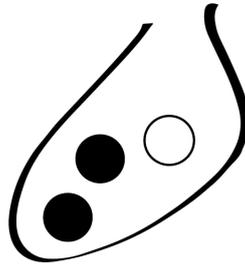


3. On a : $\text{Card } \Omega = 4$.

exercice 5

Tirage avec remise

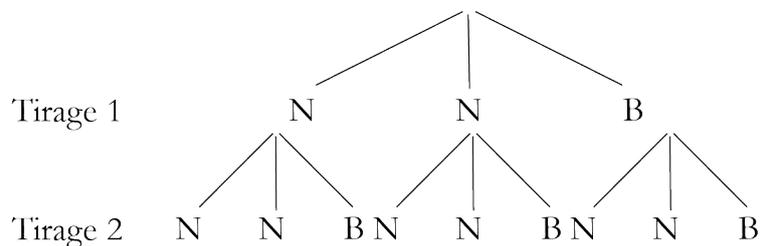
On tire au hasard une boule indiscernable au toucher dans l'urne, on la remet dedans, puis on tire à nouveau une boule. On note à chaque fois quelle boule est tirée de l'urne.



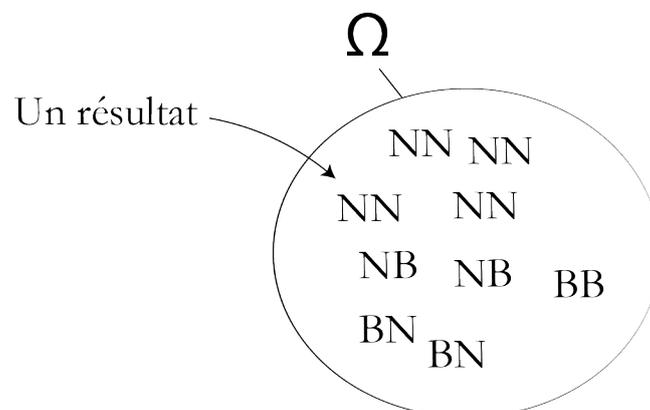
1. Quels sont tous les résultats possibles de l'expérience ?
2. Représenter l'univers Ω de l'expérience réalisée.
3. Déterminer $\text{Card } \Omega$.

Correction

Traduisons la situation par une représentation arborescente.



1. Les résultats possibles de l'expérience sont NN, NB, BN et BB.
2. Univers de l'expérience.

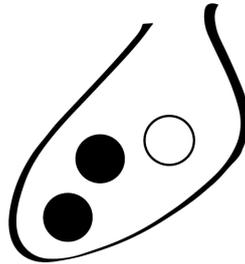


3. On a : $\text{Card } \Omega = 3 \times 3 = 9$.

exercice 6

Tirage sans remise

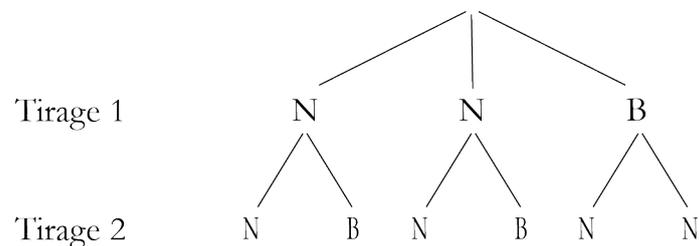
On tire au hasard une boule indiscernable au toucher dans l'urne, on la met de côté, puis on tire à nouveau une boule.



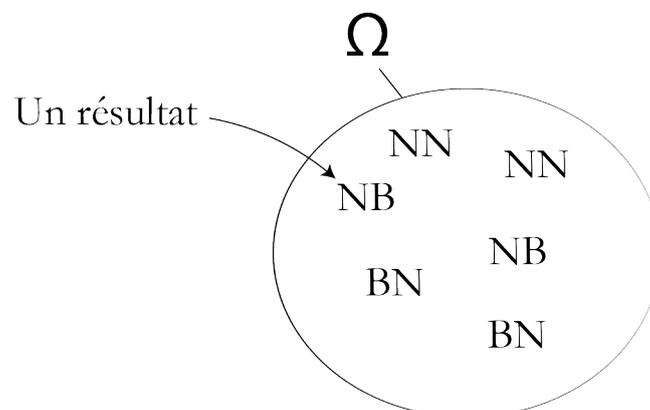
1. Quels sont tous les résultats possibles de l'expérience ?
2. Représenter l'univers Ω de l'expérience réalisée.
3. Déterminer $\text{Card } \Omega$.

Correction

Traduisons la situation par une représentation arborescente.



1. Les résultats possibles de l'expérience sont NN, NB et BN.
2. Univers de l'expérience.



3. On a : $\text{Card } \Omega = 3 \times 2 = 6$.