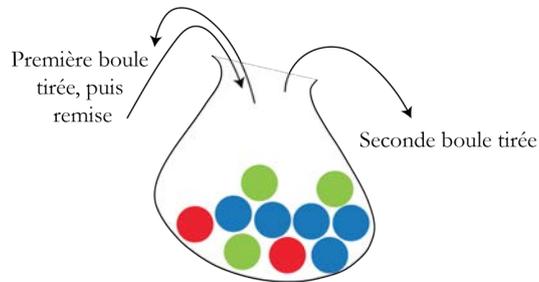


# Problème

## énoncé

Une urne contient dix boules : deux boules rouges, trois boules vertes et cinq boules bleues. On tire au hasard deux boules de l'urne avec remise.



L'énoncé stipule qu'une première boule est tirée, puis que celle-ci est remise dans l'urne avant qu'une seconde boule ne soit à nouveau tirée de l'urne. Nous avons donc, dans le cas décrit, une expérience aléatoire réalisée par la répétition de deux tirages aléatoires similaires, dont les résultats sont aisément visualisables via un arbre.

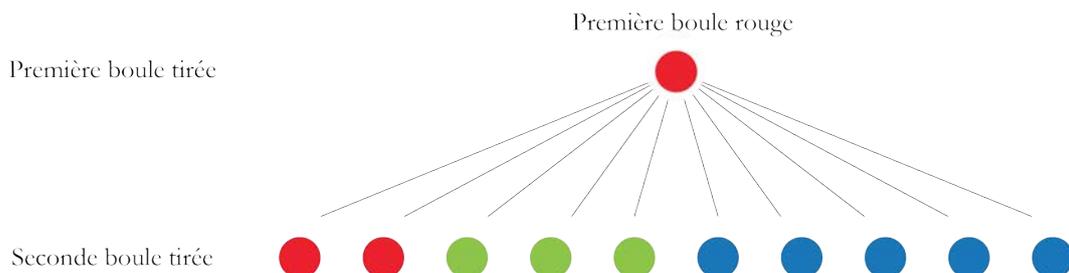
Quel peut être le résultat du premier tirage ?

Comme indiqué ci-dessous, le joueur peut tirer la première boule rouge, la seconde boule rouge, la première boule verte, la deuxième boule verte, la troisième boule verte, la première boule bleue, la deuxième, la troisième, la quatrième ou la cinquième.

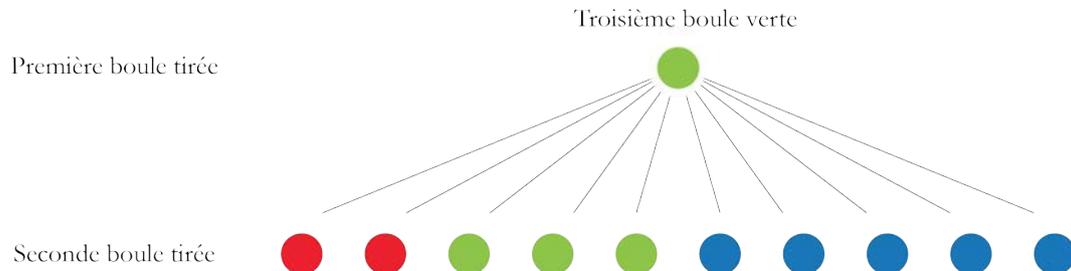
Première boule tirée

A horizontal row of 10 colored circles representing the possible outcomes for the first draw: 2 red, 3 green, and 5 blue.

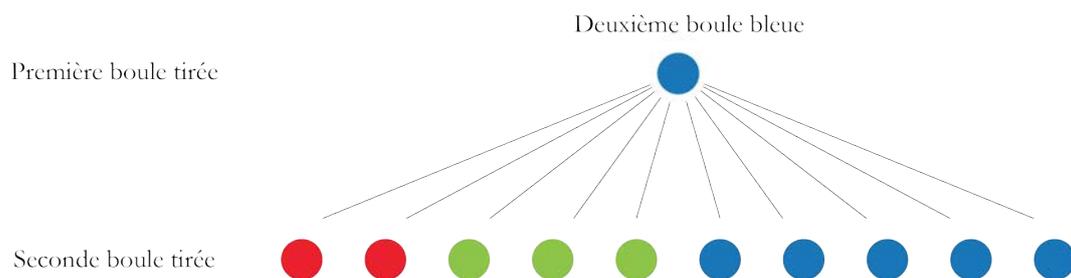
Si la première boule rouge vient à être tirée par le joueur, cette dernière étant remplacée dans l'urne avant le tirage de la seconde boule, la seconde boule tirée peut être n'importe laquelle des dix boules initiales. Cette situation se visualise aisément à l'aide d'un arbre.



Imaginons que la première boule tirée par le joueur soit la troisième boule verte, cette dernière étant replacée dans l'urne avant le tirage de la seconde boule, la seconde boule tirée peut encore être n'importe laquelle des dix boules initiales. Nous avons alors, comme résultats possibles de l'expérience à l'issue du second tirage, les résultats représentés par l'arbre ci-dessous.



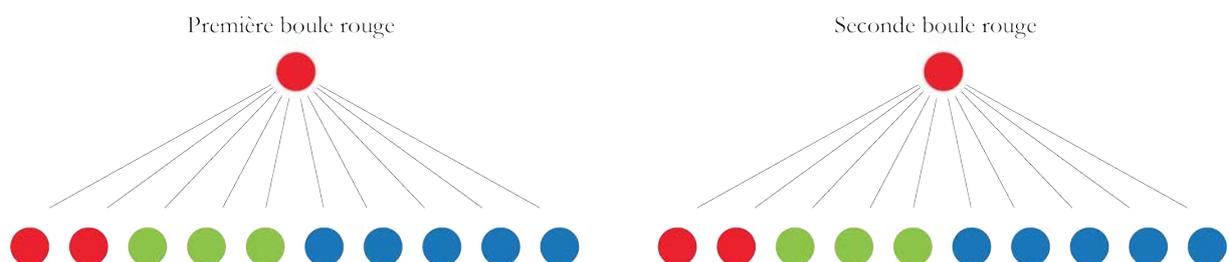
Enfin, si, par exemple, la première boule tirée par le joueur est la deuxième boule bleue, la seconde boule tirée peut être l'une quelconque des dix boules initiales, comme ci-dessous.

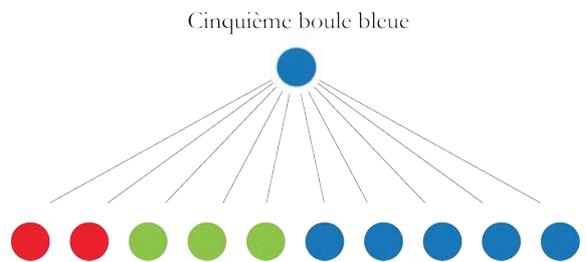
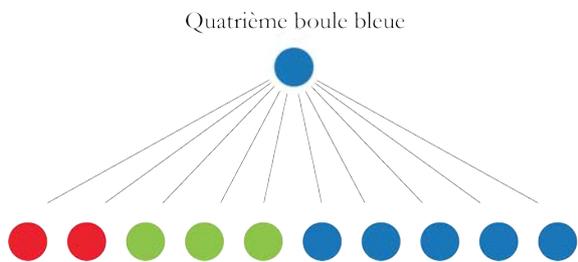
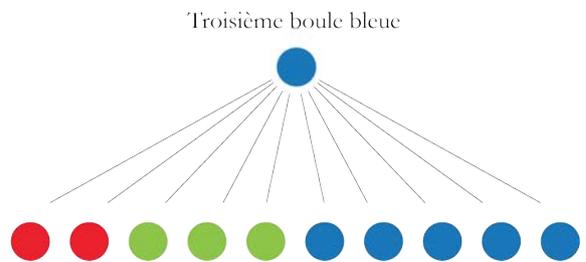
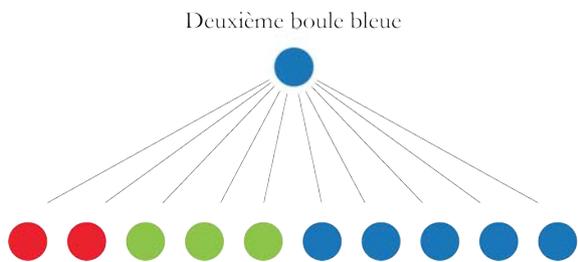
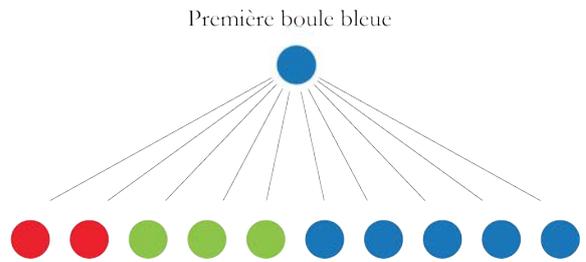
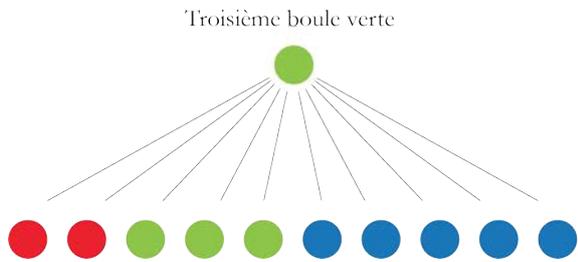
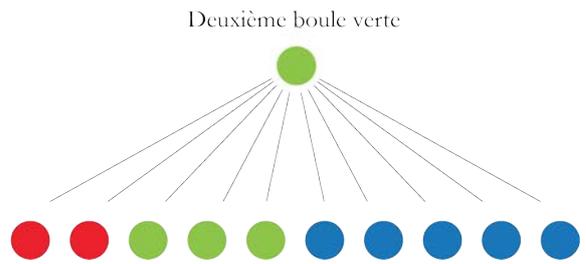
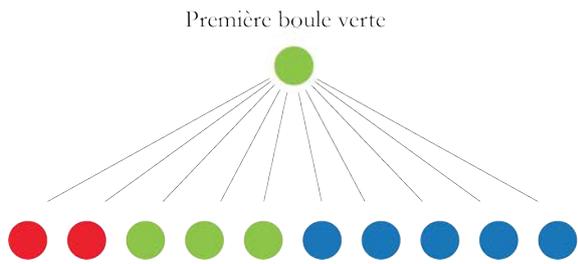


## univers de l'expérience aléatoire

Pour représenter tous les résultats de l'expérience aléatoire qui consiste à tirer de l'urne deux boules avec remise, il est possible de dessiner un arbre tel que ci-dessous. En dénombrant sur cet arbre tous les résultats possibles de l'expérience, nous obtenons :

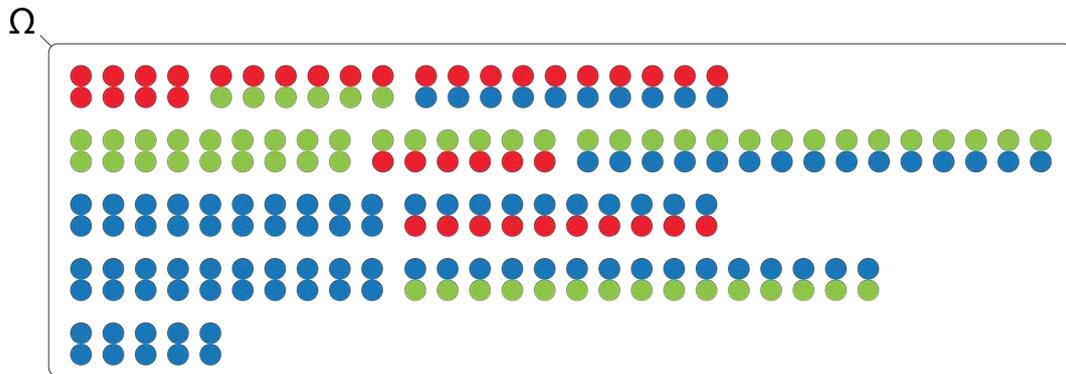
$$\text{Card}(\Omega) = 10 \times 10 = 100.$$





Cet arbre constitue en soi une représentation de l'univers  $\Omega$  de l'expérience réalisée. Nous pouvons avoir comme résultat "boule rouge n°1 - boule rouge n°1", par exemple, ou "boule bleue n°3 - boule verte n°2".

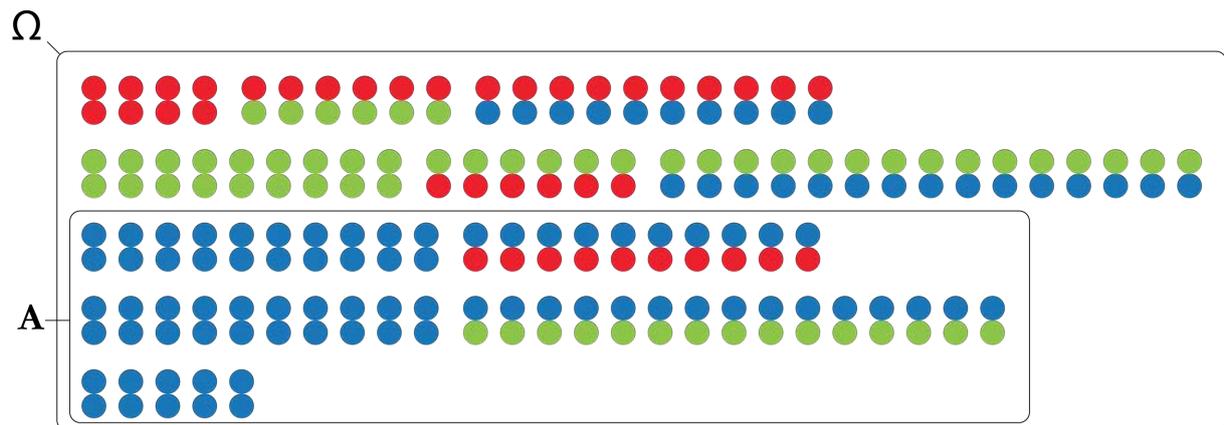
Cet univers peut se représenter par un diagramme d'EULER-VENN, tel que ci-dessous.



Nous pourrions aussi écrire simplement sur la première rangée de résultats RR, RR, RR, RR, RV, etc. et utiliser cette notation pour représenter tous les résultats de l'univers.

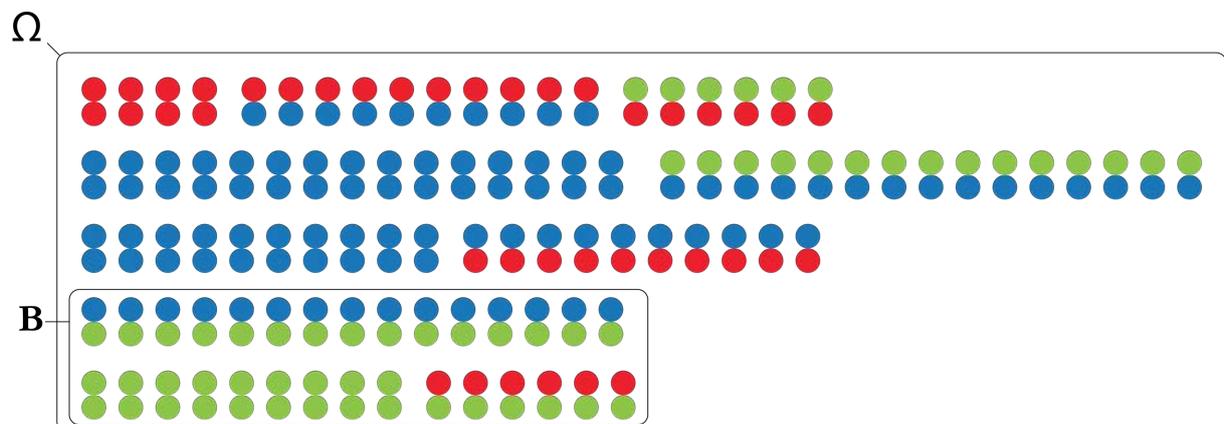
- On considère les événements :
- A : "La première boule tirée est bleue".
  - B : "La seconde boule tirée est verte".
  - C : "Les boules tirées ont la même couleur".

Représentation de l'événement A



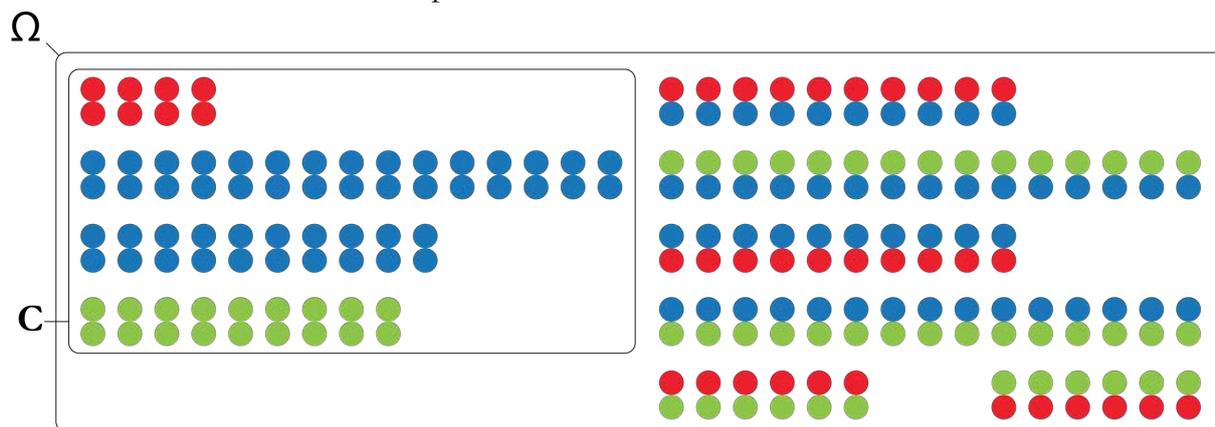
On remarque que  $\text{Card}(A) = 50$ .

Représentation de l'événement B



On remarque que  $\text{Card}(B) = 30$ .

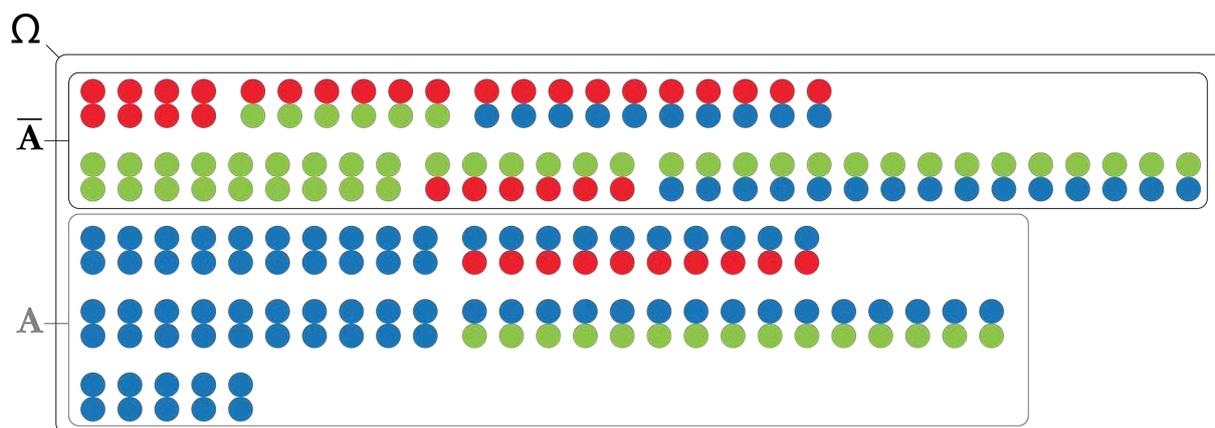
### Représentation de l'événement C



On remarque que  $\text{Card}(C) = 38$ .

1. Le contraire de l'événement A est  $\bar{A}$  : "La première boule tirée n'est pas bleue".

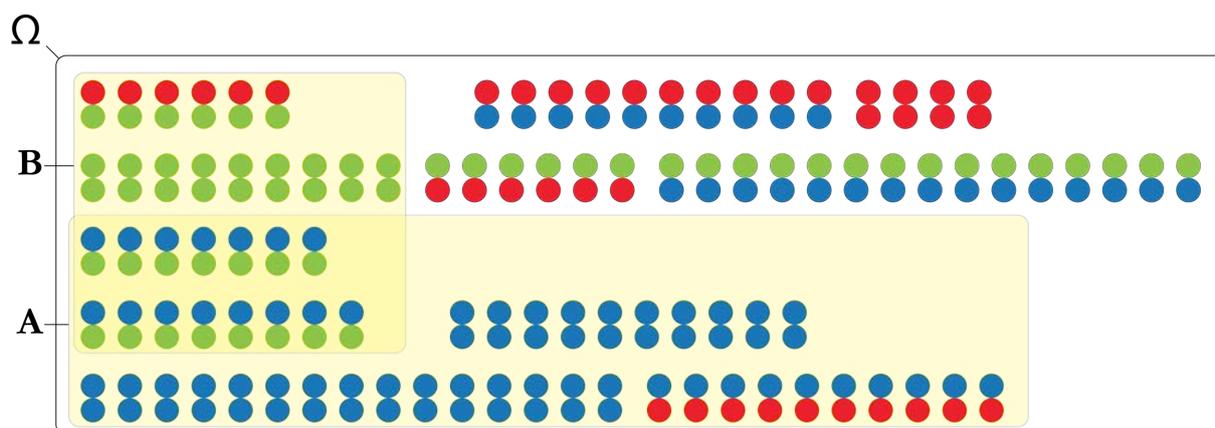
### Représentation de l'événement $\bar{A}$



On a :  $\text{Card}(\bar{A}) = \text{Card}(\Omega) - \text{Card}(A) = 100 - 50 = 50$ .

2. L'événement  $A \cup B$  est : "La première boule tirée est bleue ou la seconde boule tirée est verte".

### Représentation de l'événement $A \cup B$

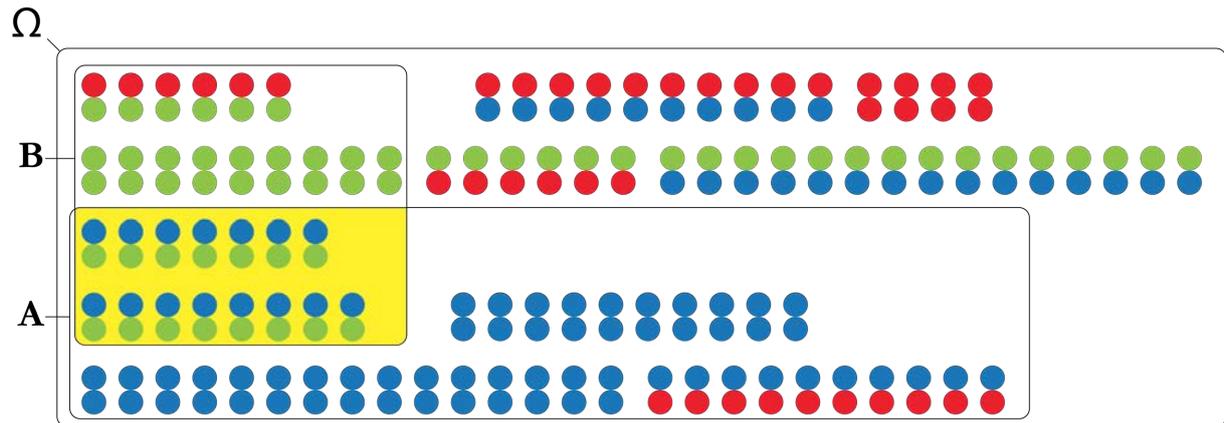


L'événement  $A \cup B$  est l'ensemble des résultats qui réalisent A ou B. Cet ensemble est l'union des ensembles ou événements A et B, repéré en jaune.

$$\text{Card}(A \cup B) = 65.$$

3. L'événement  $A \cap B$  est : "La première boule tirée est bleue et la seconde boule tirée est verte".

Représentation de l'événement  $A \cap B$

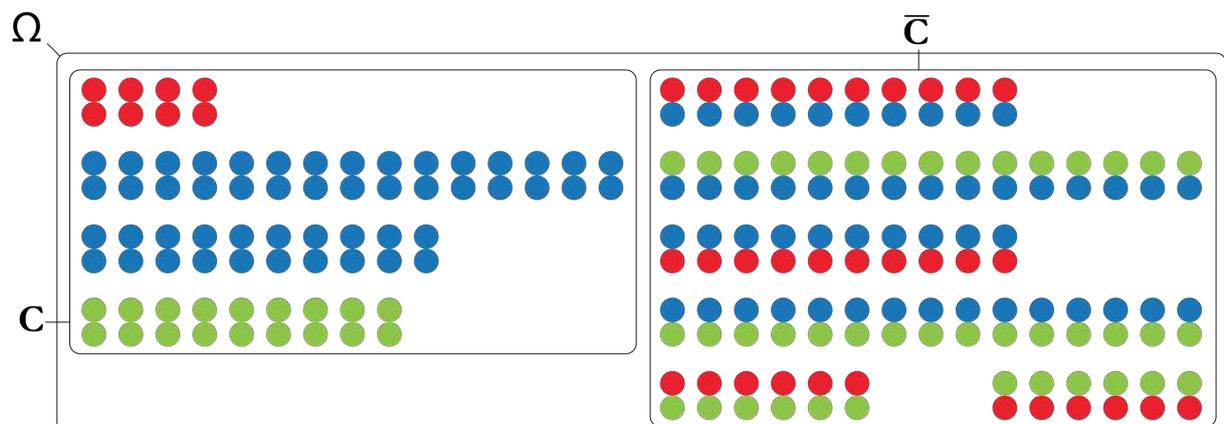


L'événement  $A \cap B$  est l'ensemble des résultats qui réalisent A et B. Cet ensemble est l'intersection des ensembles ou événements A et B, repéré en jaune.

$$\text{Card}(A \cap B) = 15.$$

4. Le contraire de l'événement C est  $\bar{C}$  : "Les boules tirées n'ont pas la même couleur".

Représentation de l'événement  $\bar{C}$



On remarque que :  $\text{Card}(\bar{C}) = 62 = \text{Card}(\Omega) - \text{Card}(C) = 100 - 38.$